Ballistische Messungen

der

magnetischen Viskosität

an Ringen aus Elektrolyteisen, Kobalt und Nickel.

—○—

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Philosophischen Fakultät

der

Vereinigten Friedrichs-Universität Halle-Wittenberg

vorgelegt von

Willi Luthe

aus **Neuenhofe** (Bez. Magdeburg).

ACAD. LUDOVIC. BIBL.

Halle a. S.
Druck von Otto Hendel
1912.

Referent: Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. E. Dorn.

Meinen lieben Eltern.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544709_0038

I. Einleitung.

Ballistische Messungen der magnetischen Nachwirkung, Viskosität oder magnetischen Verzögerung, auch wohl innere magnetische Reibung oder im Gegensatz zur Hysteresis, der permanenten Nachwirkung, temporäre genannt, sind vielfach an ferromagnetischen Metallen angestellt worden, und es hat sich dabei fast allgemein als Gesetz herausgestellt, dass die magnetische Viskosität bei hohen Werten der Permeabilität am stärksten ausgeprägt ist. Dies beweisen die Ergebnisse der Untersuchungen von Jouaust[1]), Mazotto[2]), Rücker[3]), Reinicke[4]), Otto[5]), Lahrs[6]) und Roeder[7]). Im Gegensatz dazu stehen freilich Beobachtungen von M. Wien[8]), nach welchen die magnetische Verzögerung bei maximaler Permeabilität verschwindend klein ist. Die Frage, ob nicht die ganze Erscheinung der magnetischen Verzögerung durch den infolge der Selbstinduktion verzögerten Stromanstieg hervorgerufen wurde, hat Roeder[7]) durch Untersuchungen an Ringen aus Eisen und Eisensiliziumlegierungen verneinend beantwortet.

Auf freundliche Anregung und mit stetiger gütiger Unterstützung des Herrn Professor Dr. E. Dorn habe ich nun analoge Versuche an Toroiden aus Eisen, welches durch Elektrolyse gewonnen ist, Kobalt und Nickeldraht angestellt. Das Material war mir gleichfalls von Herrn Professor Dorn in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

---

[1]) Comptes Rendus 1904 139, pag. 272.
[2]) Beiblätter zu Drud. Ann. Bd. 24 1900, pag. 1166.
[3]) Inaug.-Diss. Halle 1905, pag. 74 ff.
[4]) Inaug.-Diss. Halle 1908, pag. 38 ff.
[5]) Inaug.-Diss. Halle 1909, pag. 36 ff.
[6]) Inaug.-Diss. Halle 1911, pag. 40 ff.
[7]) Inaug.-Diss. Halle 1911.
[8]) Wied. Ann. 66 1898, pag. 888.

II. Versuchsanordnung, Apparate und das Material.

Die schon mehrfach sich bei magnetischen Untersuchungen im hiesigen Institut aufs beste bewährte Anordnung lag auch bei meinen Beobachtungen vor. Der Uebersicht halber sei die Versuchsanordnung schematisch mit wenigen Worten beschrieben (siehe Figur 1a): Von der Stromquelle A, durchweg durch fünf grosse Akkumulatoren des Instituts repräsentiert, lief der Strom durch einen von 0 bis 61 Ohm variierbaren und von Herrn Professor Dorn entworfenen technischen Widerstand T über einen etwa 1 m langen und 1 mm dicken Manganindraht BC zum Anfangspunkt A zurück. Vom Manganindraht wurde mittels der festen Klemme C und der verschiebbaren D der eigentliche Magnetisierungsstrom in zweckentsprechender Weise abgezweigt. Dieser Verzweigungsstrom floss von C über einen Kontakt an der Fallmaschine F_1, den Gleichstrommesser J (ein Präzisionsamperemeter von Siemens & Halske), einen Kommutator und die primäre Wickelung des betreffenden Ringes nach D zurück.

Die Messungen der Elektrizitätsmenge, welche bekanntlich durch Veränderung der Kraftlinienzahl innerhalb der sekundären Wickelung in dieser ins Fliessen gebracht wird, geschah mit Hilfe eines Deprez-d'Arsonval-Galvanometers von Edelmann, dessen Schwingungsdauer 12,04 Sek. betrug. Die Ablesungen erfolgten mit Fernrohr, Spiegel und Skala; der Abstand letzterer betrug etwa 4 m. Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde mittels zweier Magnetinduktoren M_1 und M_2, welche gleichfalls im sekundären Stromkreis sich befanden, bestimmt. Die elektromotorische Kraft der Magnetinduktoren war mit Hilfe eines Erdinduktors von Wilh. Weber auf absolutes Mass zurückgeführt. Aus zahlreichen Beobachtungen ergaben sich folgende Werte und zwar für:

$M_1 \quad e_1 = 2{,}113 \cdot 10^4$ C. G. S.
$M_2 \quad e_2 = 3{,}529 \cdot 10^5$ C. G. S.

Oft musste die Empfindlichkeit des Galvanometers, da die zu messenden Stromstärken erheblich variierten, auf $\frac{1}{10}$ bezw. $\frac{1}{100}$ der normalen herabgesetzt werden, ohne dass jedoch eine Aenderung der Dämpfung und des Widerstandes des sekundären Stromkreises eintreten durfte. Dies geschah durch geeignete Kombination[1]) bestimmter Neben- und Hauptschlusswiderstände; als Nebenschlüsse dienten bifilar gewickelte Drähte von 0,5 mm Dicke x_1 und x_2, während ein Kurbelrheostat und ein Universalwiderstand die Hauptwiderstände bildeten. In der Figur ist ersterer mit K. R. und letzterer mit U. W. K. bezeichnet. Kleine Differenzen wurden durch Drahtstücke von entsprechendem Widerstande ausgeglichen. Erwähnenswert ist ausserdem noch eine Pohlsche Wippe P, welche gestattete, nach Belieben die Sekundärwickelung des Ringes oder einen ihr äquivalenten Widerstand in den Galvanometerkreis einzuschalten. Praktisch geschah dies an den Kontakten der Fallmaschine, welche im Schema mit F_2 und F_3 bezeichnet sind. Die Viernäpfe V_2 und V_3 ermöglichten, ersterer die Richtung der Induktionsströme zu bestimmen, letzterer durch Kurzschliessen des Galvanometers eine grössere Dämpfung herbeizuführen und somit ein schnelleres und bequemeres Arbeiten zu bewirken. Um den störenden Einfluss der Thermoströme auf ein Minimum herabzudrücken, waren sämtliche Klemmen und Rheostaten sorgfältig in Watte eingepackt und zur Beleuchtung der Skala Kerzenlicht verwandt.

Was die Zeitdifferenzen, welche zur Messung der Nachwirkung nötig waren, anbetrifft, so fand eine Anordnung Verwendung, welche im hiesigen Institut mehrfach mit gutem Erfolge benutzt war. Es ist dies die Atwoodsche Fall-

---

[1]) Wilhelm Volkmann. Nebenschlusskasten zum Drehspulengalvanometer. Drud. Ann. 10. 1903, pag. 217.

maschine mit zweckentsprechenden Aenderungen. Eine ausführliche Beschreibung dieser Einrichtung findet sich bei Reinicke[1]) und Lahrs[2]) und in Zusammenfassung bei Roeder[3]). „Das aus einer gewissen fixierten Höhe fallende Gewicht schloss zuerst vermittels eines starken als Uebergewicht dienenden Bügels den Primärkreis, lief nach Abheben desselben mit gleichförmiger Geschwindigkeit weiter und schloss nach beliebig wählbarer Zeit durch einen zweiten kleineren Bügel den Sekundärkreis. Gleichzeitig schlug das eigentliche Fallgewicht einen dünnen Draht aus einem Quecksilbernäpfchen und schaltete dadurch den Aequivalentwiderstand für die Sekundärwickelung des Ringes aus. Diese Vorrichtung hatte den Zweck, das Galvanometer immer durch denselben Widerstand geschlossen zu halten und einer Nullpunktsänderung infolge von Thermoströmen möglichst vorzubeugen.“ Die Bestimmung der Fallzeiten wurde mit Hilfe eines Chronographen ausgeführt, welcher teils aus der Fabrik mathematischer Instrumente von Clemens Riefler, Nesselwang und München und teils von Wetzer, Pfronten, bezogen war.

Wegen der etwa auftretenden magnetischen Verzögerung in den Elektromagneten des Chronographen wurden die Zeiten dreier verschiedener Fallräume ermittelt. Da nun bei allen drei Zeiten stets die gleiche Feldstärke in den Elektromagneten und somit auch gleiche Viskosität herrschte, so ergab die Differenz der am Chronographen gemessenen Zeiten den entsprechenden tatsächlichen Wert. Diese Methode schien mir bedeutend genauer zu sein, als ein blosses Ausprobieren des Fallraums pro Sekunde, wie es die früheren Beobachter getan hatten. Bei den Bestimmungen der Zeiten übernahm in dankenswerter Weise der Institutsmechaniker, Herr A. Boeckel, die Bedienung des Chronographen, während ich selbst die Fallmaschine laufen liess. Die drei ver-

---

[1]) l. c. pag. 40.
[2]) l. c. pag. 41—44.
[3]) l. c. pag. 22.

schiedenen Fallräume betrugen 10, 15 und 20 cm. Der Chronograph war derart eingestellt, dass für eine Zeiteinheit eine Länge von 2 cm aufgeschrieben wurde; mithin ist 1 mm am Chronographen = 0,05 sek. Es wurde nun gemessen für den Fallraum von:

I. 10 cm . . . . 1,85 mm
II. 15 „ . . . . 2,75 „
III. 25 „ . . . . 4,55 „

Die Differenz nun von:

I. u. II. 5 cm . . . . 0,90 mm
II. u. III. 10 „ . . . . 1,80 „
I. u. III. 15 „ . . . . 2,70 „

Hieraus folgt für:

1 cm . . . . . 0,18 mm

und da 1 mm = 0,05 sek. ist, so ergibt sich, dass für 1 cm Fallraum eine Zeit von 0,009 sek. nötig ist.

Bei Stromschluss arbeitete ich durchweg mit dieser Fallzeit von 0,009 sek. per cm. Zeitdifferenzen von halben und ganzen Sekunden wurden nicht mit dieser Vorrichtung gemessen, sondern das Einschalten der Kontakte geschah nach dem Schlage eines Halbsekundenpendels. Für das Arbeiten mit Stromunterbrechung war oben erwähnte Anordnung ebenfalls benutzt. Hier wurde an der Stelle F_1 der Figur ein zweiarmiger Hebel angebracht, welcher am Ende des längeren Armes einen hakenförmigen Bügel aus Kupferdraht trug, durch welchen zwei Quecksilbernäpfe leitend verbunden waren und so der Primärkreis geschlossen gehalten wurde. Wurde die Fallmaschine in Tätigkeit gesetzt, so schlug jetzt der als Uebergewicht dienende Bügel auf das Ende des kürzeren Hebelarmes und riss somit den Kupferbügel aus den Kontaktnäpfen. Im weiteren verlief der Versuch dann genau wie vorher beim Arbeiten mit Stromschluss. Da jedoch bei den Untersuchungen des Stromöffnens möglichst kurze Zeiten erwünscht waren, so wurde die beim Stromschluss fixierte Höhe, von der das Gewicht zu fallen begann, vergrössert und wiederum fest

markiert. Die Bestimmung der Fallzeiten erfolgte in gleicher Weise, wie oben angegeben, es betrug jedoch die Zeit, welche zum Zurücklegen von 1 cm Weg nötig war, jetzt 0,0065 sek.

Bezüglich des zu untersuchenden Materials sei erwähnt, dass das Eisen auf elektrischem Wege gewonnen war, und zwar von der Firma Langbein & Pfanhauser, Leipzig.

Die Anfertigung des Ringes geschah in folgender Weise: Die ringförmigen Streifen des Elektrolyteisens wurden derart aufeinander geschichtet, dass zwischen je zwei Streifen ein Ring aus Isolierpapier, das durch Isolierlack auf dem Eisen befestigt ward, zu liegen kam. Das Isolierpapier überragte nach innen und aussen die Eisenringe ein wenig, so dass eine gegenseitige Berührung und somit ein Uebersprungen von Wirbelströmen nicht stattfinden konnte. Nachdem das Ganze nochmals mit Isolierlack überstrichen war, wurde der Ring mit Seidenpapier zweimal umwickelt. Es folgte nun die Sekundärwicklung aus 0,5 Millimeter starkem doppeltseidebesponnenen Kupferdraht. Zwecks guter Isolation wurde die sekundäre Spule zweimal mit Schellacklösung überzogen und darauf mit Seidenpapier bewickelt. Auf diesem befinden sich nun die Primärwindungen aus 1 mm dickem gewachsten Kupferdraht, und zwar in zwei Lagen. Um dem fertigen Ring einen festen Halt zu geben, wurde er zum Schluss nochmals mit Schellack bestrichen.

Die Ermittelung des Achsendurchmessers geschah folgendermassen: Auf zwei in senkrechter Richtung gegeneinander befestigten Millimeterskalen wurden die inneren und äusseren Durchmesser der Ringe einzeln bestimmt. Hieraus folgte dann durch Rechnung der Achsendurchmesser und aus den auf diese Weise für jeden einzelnen Streifen erhaltenen Werten wurde nun der Mittelwert als Achsendurchmesser festgelegt.

Der metallische Querschnitt, den zwanzig Ringe durchsetzen, wurde auf zwei Wegen festzustellen versucht;

erstens durch direkte Messung, zweitens durch Wägung. Da beide erhaltenen Werte eine Mittelbildung nicht gestatteten, so nahm ich das durch Wägung erhaltene Resultat, welches eine weit grössere Genauigkeit gewährleistete, zumal bei den Messungen ein rechteckiger Querschnitt bedingungslos vorausgesetzt war. Der Querschnitt des Interferrikums ergab sich als Differenz vom Gesamtquerschnitt innerhalb der sekundären Spule und vom metallischen. Jener wurde gemessen, bevor die sekundäre Wickelung auf den Ring gebracht war, und, weil in diesem Zustande der Gesamtquerschnitt eine geometrisch undefinierbare Form darbot, nur angenähert bestimmt. Ebenso ist der Querschnitt innerhalb der Primärwindungen ermittelt; er ist das arithmetische Mittel der Querschnitte innerhalb der inneren und äusseren Lage.

Ueber den Ursprung und die Herstellungsweise des Kobaltringes ist ausführlich in der Arbeit von Asmus, welcher am genannten bereits ballistische Messungen vorgenommen hatte, berichtet[1]). Analoges gilt von dem Nickeldrahtring, welchen bereits Reinicke[2]) bei seinen Untersuchungen hinzugezogen hatte.

Die Daten der drei Ringe sind nun in folgender Tabelle zusammengestellt, worin bedeuten:

q der Querschnitt innerhalb der Sekundärspule,
q_1 der metallische Querschnitt,
q_2 der Querschnitt des Interferrikums,
Q der Querschnitt innerhalb der primären Spule,
R der Radius des Leitkreises,
N die Gesamtwindungszahl der Primärwicklung,
$\mathfrak{N}$ Anzahl der sekundären Windungen,
M die Masse in gr. (reduz.),
s das spezif. Gewicht (reduz.).

[1]) l. c. pag. 25.
[2]) l. c. pag. 35.

Tabelle 1.

Ring	Fe	Co	Ni
M	71,3393 gr	108,7221 gr.	—
s	$7{,}754_8$	$8{,}005_3$	$8{,}924_0$
q	$0{,}537_0$ qcm	0,4933 qcm	0,6837 qcm
q_1	0,2697 qcm	0,4933 qcm	0,3236 qcm
q_2	0,2673 qcm	—	0,3601 qcm
Q	$1{,}858_0$ qcm	$1{,}221_0$ qcm	$1{,}706_0$ qcm
N	279	412	293
$\mathfrak{N}$	507	758	493
R	$5{,}436_5$ cm	$4{,}408_0$ cm	$5{,}327_2$ cm

III. Experimentelle Beobachtungen.

1. Die Induktionskoeffizienten.

A) Koeffizient der Selbstinduktion.

Die Bestimmung des Selbstinduktionskoeffizienten erfolgte durch Messung in der Brücke, und zwar nach der Methode[1]) von Herrn Professor Dr. Dorn. An der Hand der schematischen Figur 1b will ich das Wichtigste kurz erwähnen: In c befinde sich die zu messende Spule, G ist ein ballistisches Galvanometer vom Widerstande γ, und G_1 ein Hilfsgalvanometer. Alle übrigen Zweige sind frei von Induktion und Kapazität. In den Stammstrom kommt ein Element und ein Gleichstrommesser, stets ein Präzisionsamperemeter von Siemens und Halske. Vermöge des Hilfsgalvanometers werden die Widerstände derart abgeglichen, dass Stromlosigkeit in der Brücke herrscht, dass

[1]) E. Dorn: Wied. Ann. 17. 1882, pag. 783/4 u. 804/5.
E. Dorn: Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, 11. Auflage 1911, pag. 535 u. 536.

also die Beziehung $a : b = c : d$ gilt, und darauf statt des Hilfsgalvanometers G_1 wird das Hauptgalvanometer G angelegt, dessen Schwingungsdauer τ und Dämpfungsverhältnis k sind. Herrscht im Stammstromkreise eine Intensität J und in c die Intensität i_c, so ist nach den Kirchhoffschen Regeln:

$$i_c = \frac{J(a+b)}{a+b+c+d};$$

und verschwindet nun J, also auch i_c, so ist zur Zeit t die elektromotorische Kraft in c gleich $L \frac{di_c}{dt}$. Nach den Kirchhoffschen Gesetzen ist infolgedessen der in der Brücke auftretende Strom i gleich

$$L \frac{di_c}{dt} \cdot \frac{b+d}{(a+c)(b+d) + \gamma(a+b+c+d)}$$

Setze ich in diese Gleichung für i_c, unter gleichzeitiger Berücksichtigung, dass $a : b = c : d$ oder $ad = bc$ ist, seinen Wert ein, so ergibt sich

$$i = L \frac{dJ}{dt} \cdot \frac{1}{h}, \text{ wobei}$$

$$h = \frac{(a+c)(b+d) + \gamma(a+b+c+d)}{b}$$

Es folgt weiter

$$i\,dt = \frac{L}{h}\,dJ.$$

$$\int i\,dt = \frac{L \cdot J}{h} \text{ und } L = \frac{h \int i\,dt}{J} \quad \text{(I.)}$$

Nun ist das Stromintegral gleich der in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge Q

$$\int i\,dt = Q$$

Für ein Drehspulengalvanometer mit dem statischen Reduktionsfaktor C gilt die Beziehung

$$Q = C \frac{\tau}{\pi} s',$$

wobei τ Schwingungsdauer und s' Ausschlag ohne Dämpfung sind und für gedämpfte Schwingungen ergibt sich

$$Q = C \frac{\tau}{\pi} s k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Lambda}} \quad \text{(II)}.$$

[1])

Durch Zusammenfügung der Gleichungen (I) und (II) resultiert für L folgender Wert:

$$L = \frac{h C \tau s}{J \pi} k^{\frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\Lambda}}$$

Praktisch verfuhr ich nun folgendermassen: Zunächst wurde Stromlosigkeit in der Brücke hergestellt; es galt dann $a : b = c : d$

$$\text{und} \quad J = \frac{i_c (a + b + c + d)}{a + b} \quad \text{oder}$$

$$J = i_c \frac{b + d}{b}$$

Sollte nun in c eine gewünschte Feldstärke herrschen, so berechnete ich mir aus dieser Formel den Wert für J. Nach Einstellen von J und jedesmaliger vorheriger Entmagnetisierung des Ringes begannen die Beobachtungen. Dieses Verfahren war deshalb sehr empfehlenswert, weil jede beliebige Feldstärke in c[2]) einzustellen möglich und somit ein direktes Vergleichen zwischen Experiment und Theorie angängig war.

Die Bestimmung des statischen Reduktionsfaktors C des Galvanometers G wurde durch Stromverzweigung erreicht. Bezeichne ich mit E die Spannung eines Akkumulators, mit i_2 die Stromstärke im Galvanometerkreise w_2, so gilt nach den Kirchhoffschen Regeln die Beziehung:

$$i_2 = \frac{E \cdot w_1}{W (w_1 + w_2) + w_1 w_2};$$

andererseits ist i_2 gleich der Dauerablenkung γ durch den Strom multipliziert mit einem Faktor C; also $i_2 = C \cdot \gamma$,

---

[1]) Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik: Tabelle 29.

[2]) Bei den späteren Nachwirkungsversuchen wurden dieselben Feldstärken wieder eingestellt.

wobei C der statische Reduktionsfaktor ist. Aus beiden Gleichungen folgt für:

$$C = \frac{E \cdot w_1}{\gamma [W w_1 + W w_2 + w_1 w_2]}$$

Bei allen meinen Bestimmungen von C waren $W = 1990$ Ohm, $w_1 = 10$ Ohm, beides Teile eines Rheostaten nach Ostwald, $w_2 = 10\,000$ Ohm $+ \gamma$. Sämtliche Widerstandsbestimmungen wurden mit Hilfe einer Kurbelmessbrücke von Siemens & Halske ausgeführt.

Gemeinsame Versuchsdaten für alle Ringe waren folgende (Mittelwerte zahlreicher Beobachtungen):

Drahtlänge der Wheatstoneschen Brücke = 154,00 cm,
Widerstand $a + b = 1{,}411$ Ohm,
Schwingungsdauer $\tau = 12{,}04$ sek.,
Reduktionsfaktor $C = 0{,}2325_5 \cdot 10^{-7}$.

Die den einzelnen Ringen noch zukommenden Daten habe ich in den Tabellen zusammengestellt.

Tabelle 2.

Primär-spule	Widerstand in Ohm. c.	d.	Drahtlänge b in cm
Fe	0,258	0,322	85,50
Co	0,307	0,422	89,14
Ni	0,209	0,222	79,25

Tabelle 2a.

Sekundäre Spule	Widerstand in Ohm. c.	d.	Drahtlänge b in cm
Fe	0,481	0,522	81,92
Co	6,890	7,122	78,28
Ni	1,234	1,322	79,64

B) Der gegenseitige Induktionskoeffizient.

Durch eine Spule des Ringes, bei meinen Versuchen stets durch die primäre, wurde der mit Hilfe eines Amperemeters gemessene Strom J[1]) geschickt, während durch die zweite Spule, ein ballistisches Galvanometer und einen Vorschaltwiderstand ein sekundärer Kreis gebildet war. Es wurde also der wechselseitige Induktionskoeffizient der primären Spule auf die sekundäre einschl. der magnetischen Wirkung des Kerns experimentell bestimmt. Die Unterbrechung des primären Kreises bewirkt nun im sekundären den Stromstoss Q und die während der Zeit dt in der sekundären Spule induzierte elektromotorische Kraft ist

$$E = - M \frac{dJ}{dt};$$

andererseits ist im sekundären Kreise $E = - w \frac{dQ}{dt}$,

woraus für den Induktionskoeffizienten folgt $M = \frac{wQ}{J}$,

wobei Q durch den Ausdruck auf Seite 14 zu ersetzen ist. Also ergibt sich für

$$M = \frac{w C_\tau s}{\pi J} k \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\backslash}$$

Nach diesen Formeln für den Selbstinduktions- und gegenseitigen Induktionskoeffizienten sind nun folgende in Tabelle 3 zusammengestellten Werte ermittelt; es bedeuten darin $\mathfrak{H}$[2]) die Feldstärke, L_1 der Selbstinduktionskoeffizient der primären Bespinnung, L_2 der der sekundären und M der wechselseitige Induktionskoeffizient. Es sind die Koeffizienten in Henry und die Feldstärken in Gauss angegeben.

---

[1]) Bei den Nachwirkungsversuchen wurde stets dieselbe Intensität eingestellt.

[2]) In den Tafeln steht „H“ statt $\mathfrak{H}$.

Tabelle 3.

Ring	$\mathfrak{H}$	L_1	M	L_2
Fe	0,328	$0{,}1453 \cdot 10^{-2}$	$0{,}2574 \cdot 10^{-2}$	$0{,}4674 \cdot 10^{-2}$
	2,586	$0{,}1854 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3325 \cdot 10^{-2}$	$0{,}5991 \cdot 10^{-2}$
	10,370	$0{,}1101 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1932 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3510 \cdot 10^{-2}$
Co	1,869	$0{,}3950 \cdot 10^{-2}$	$0{,}7250 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1320 \cdot 10^{-1}$
	9,347	$0{,}4641 \cdot 10^{-2}$	$0{,}8478 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1542 \cdot 10^{-1}$
	37,199	$0{,}3521 \cdot 10^{-2}$	$0{,}6372 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1107 \cdot 10^{-1}$
Ni	1,174	$0{,}1226 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1972 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3194 \cdot 10^{-2}$
	3,997	$0{,}1172 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1854 \cdot 10^{-2}$	$0{,}2992 \cdot 10^{-2}$
	6,866	$0{,}1082 \cdot 10^{-2}$	$0{,}1702 \cdot 10^{-2}$	$0{,}2759 \cdot 10^{-2}$

Die gewonnenen Werte für die Selbstinduktionskoeffizienten (s. Tabelle 3) sind nun noch in den folgenden Tabellen

Ring Fe. Tabelle 3a.

Feldstärke $\mathfrak{H}$ in CGS	$\mathfrak{B}$ in CGS	$\mathfrak{R}$ in CGS	$\frac{\mathfrak{B}-\mathfrak{R}}{\mathfrak{H}}$	L_1 in 10^{-2} Henry
0,328	74,4	15,6	179,3	0,1453
0,639	208,5	65,3	224,1	—
0,759	288,8	107,0	238,2	—
2,115	2085,9	1568,8	244,5	—
2,586	2492,6	1882,6	235,9	0,1854
2,917	2722,4	2091,5	216,3	—
3,182	2779,9	2098,9	214,0	—
4,290	3196,0	2374,2	191,5	—
6,260	3673,7	2599,4	171,6	—
8,314	3935,5	2665,6	152,7	—
10,370	4137,7	2737,5	136,4	0,1101
13,820	4381,2	2770,6	115,3	-
37,160	4870,6	2798,1	55,8	—
55,225	5073,0	2806,3	41,1	—

mit den Werten für den Quotienten $\frac{(\mathfrak{B}-\mathfrak{R})}{\mathfrak{H}}$ bei verschiedenen Feldstärken zusammengestellt; $\mathfrak{B}$ ist der Wert der magnetischen Induktion bei der maximalen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{R}$ ist der Betrag der Remanenz. Die Werte für $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{R}$ sind dieselben wie bei der Bestimmung der Permeabilitätsbeträge[1]).

Die in gleicher Weise für den Kobaltring in Tabelle 3b zusammengestellten Werte für $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{R}$ sind grösstenteils von Asmus[2]) übernommen.

Ring Co. Tabelle 3b.

Feldstärke $\mathfrak{H}$ in CGS	$\mathfrak{B}$ in CGS	$\mathfrak{R}$ in CGS	$\frac{\mathfrak{B}-\mathfrak{R}}{\mathfrak{H}}$	L_1 in 10^{-2} Henry
1,869	213,2	33,9$_7$	95,86	0,3950
2,206	261,9	44,8	98,42	—
4,673	775,4	235,4	115,55	—
9,347	1872,0	745,3	120,59	0,4641
18,69	3264,0	1279,0	105,63	—
37,199	4915,0	1539,0	90,79	0,3521
37,39	4932,0	1620,0	85,32	—
74,77	6773,0	1803,0	66,48	—
112,20	7983,0	1811,0	55,00	—

In Tabelle 3c sind die gleichen Werte eingetragen, welche sich bei der Ermittelung der Permeabilitätsbeträge des geglühten Nickeldrahtringes ergeben haben. Das Nähere darüber befindet sich auf pag. 29.

[1]) vergl. pag. 20, Tabelle 4.
[2]) Asmus, l. c. pag. 30 und 31.

Ring Ni (geglüht). Tabelle 3c.

Feldstärke $\mathfrak{H}$ in CGS	$\mathfrak{B}$ in CGS	$\mathfrak{R}$ in CGS	$\frac{\mathfrak{B}-\mathfrak{R}}{\mathfrak{H}}$	L_1 in 10^{-2} Henry
0,31	30,14	1,406	92,7	—
1,17	329,30	184,20	118,9	0,1226
3,74	1750,70	1366,01	102,8	—
3,88	1813,60	1420,10	101,9	—
3,99	—	—	—	0,1172
4,10	1938,40	1530,06	99,7	—
6,87	3104,02	2423,00	98,8	0,1082
8,37	3458,00	2656,05	95,8	—
11,96	4004,51	2945,12	88,6	—
23,92	4991,01	3331,00	69,4	—

2. Die Nachwirkungsversuche.

Das Prinzip der experimentellen Nachwirkungsbeobachtungen ist, den Sekundärkreis erst eine bestimmte Zeit nach Stromschluss bezw. Unterbrechen des primären zu schliessen; der nun nach dieser Zeit noch hervorgerufene oder verschwindende Magnetismus induziert im sekundären Kreise einen Strom, welcher am Galvanometer messend verfolgt wurde. Die kurzen Zeitunterschiede lieferte in befriedigender Weise die obenerwähnte Atwoodsche Fallmaschine.

Bevor ich die eigentlichen Nachwirkungsbeobachtungen begann, stellte ich, um die magnetischen Eigenschaften des zu untersuchenden Materials kennen zu lernen, Versuche zur Bestimmung der Permeabilität an. Es geschah dies in einstufigen Magnetisierungsprozessen. Als Formel galt die Beziehung $\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$[1]), wobei die Feldstärke $\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\,N}{R}\,i_{amp.}$

[1]) Ueber die Abkürzungsbezeichnungen in den Formeln vergl. pag. 7 und 11.

und die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ $\frac{e}{q_1 \beta \mathfrak{N}} \Sigma a - \frac{q_2}{q_1} \mathfrak{H}$ bedeuten; $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{B}$ sind in absolutem Masse gemessen, desgleichen die Remanenz $\mathfrak{R}$. Die so gefundenen Werte sind nun in folgender Tabelle zusammengestellt.

Ring Fe. Tabelle 4.

$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{B}$	$\mathfrak{R}$	μ
0,328	74,4	15,6	226,6
0,639	208,5	65,3	325,8
0,759	288,8	107,0	391,5
1,356	1122,2	743,0	828,6
2,115	2085,9	1568,8	986,5
2,586	2492,6	1882,6	963,9
2,917	2722,4	2091,5	933,2
3,182	2779,9	2098,9	873,5
4,290	3196,0	2374,2	744,8
6,260	3673,7	2599,4	586,9
8,314	3935,5	2665,6	473,3
10,370	4137,7	2737,5	403,2
13,820	4381,2	2770,6	316,7
37,160	4870,6	2798,1	131,0
55,225	5073,0	2806,3	91,9
68,567	5131,4	—	74,8

In der Figur 2 ist μ als Funktion von $\mathfrak{H}$ dargestellt.

Beim Vergleich dieser erhaltenen Permeabilitätswerte mit früheren z. B. von Otto[1]) und Lahrs[2]) an anderen Eisenringen beobachteten lässt sich bei meinem Elektrolyteisen ein bedeutendes numerisches Zurückbleiben erkennen. Während Otto im Maximum Werte bis 1746 und Lahrs

[1]) l. c. pag. 22.
[2]) l. c. pag. 20.

bis 2454 erreicht, ist hier der höchste Betrag für die Permeabilität nicht ganz 1000. Der Grund dieser Differenzen liegt an der „Härte“ meines Materials und an der mechanischen Bearbeitung der Ringstreifen bei ihrer Herstellung.

Vor jeder Versuchsreihe wurde bei den Nachwirkungsbeobachtungen nach Einstellung der gewünschten Feldstärke der Ring entmagnetisiert. Es geschah dies mit der grossen Dynamomaschine des Instituts. Wechselstrom von etwa 75 Volt und einer Stromstärke von 3 Ampere wurde durch die Primärwicklung geschickt. Durch Benutzung des Spannungsregulators, Einschalten von Widerstand und Auslaufenlassen der Maschine wurde die Intensität allmählich bis auf Null herabgedrückt. Nach Entmagnetisierung erfolgten unter Berücksichtigung „der von G. Wiedemann[1]) entdeckten und von Tomlinson[2]) weiter untersuchten sog. molekularen Akkomodation“ mehrere zyklische Magnetisierungsprozesse. Die Beobachtung der Viskosität ging stets an derselben Stelle im Zyklus vor sich. Vor und nach jeder Ablesung wurde durch Eintauchen des Sekundärbügels die Wirkung des dabei auftretenden Thermostroms ermittelt und in entsprechender Weise bei der Viskositätsmessung in Rechnung gesetzt.

Um einen Vergleich der Nachwirkungserscheinungen bei Schluss und Oeffnen des Stromes möglich zu machen, wurden allein die kurzen Zweige der Hysteresis der Messung unterzogen. Das Stromöffnen erfolgte also derart, dass in dem zyklischen Prozess (s. Fig. 1c) von der Stelle A, das ist vom Maximum der Induktion, nach B hin, also in normaler Weise der Magnetisierungsprozess vollzogen wurde. Beim Stromschluss wurden dagegen die Versuche so vorgenommen, dass im Zyklus an der Stelle B wieder der Strom in entgegengesetzter Richtung, also nach A zurück, geschlossen wurde. Ein anderer triftiger Grund, nur die

[1]) G. Wiedemann, Lehre von der Elektrizität Bd. 3, pag. 491.
[2]) H. Tomlinson. Entnommen aus Wiedemann l. c. pag. 492.

kurzen Zweige zu untersuchen, ist der, dass nur diese Werte im Vergleich mit späteren theoretischen Berechnungen fruchtbare Ergebnisse zu liefern vermögen.

In folgenden Tabellen sind nun die Versuchsresultate zusammengefasst und in den Figuren 3—5 graphisch als Funktion der Zeit dargestellt. Ausschläge über 500,0 Skt. sind mit herabgesetzter Empfindlichkeit beobachtet und demgemäss umgerechnet.

Ring Fe. Nachwirkung bei Stromschluss.

Tabelle 5.

Zeit in sek.	$\mathfrak{H} = 0{,}328$	$\mathfrak{H} = 2{,}586$	$\mathfrak{H} = 10{,}370$
0,0000	108,8	1068,8	2598,7
0,0180	27,2	300,8	203,2
0,0270	15,1	219,0	121,2
0,0360	10,6	158,7	39,6
0,0450	9,0	108,7	11,2
0,0540	7,5	58,7	7,6
0,0630	6,4	—	6,9
0,0720	5,7	35,1	5,9
0,0810	—	29,3	5,0
0,0900	4,6	22,9	4,8
0,1080	3,9	20,9	3,4
0,1260	—	15,0	—
0,1350	2,7	—	2,6
0,1440	—	13,6	—
0,1530	1,2	—	—
0,1620	—	10,7	0,9
0,1800	0,2	9,1	0,3
0,2250	—	8,6	—
0,2700	—	6,5	—
0,5000	—	4,7	—
1,0000	—	3,2	—
1,5000	—	2,8	—
2,0000	—	1,8	—

Ring Fe. Nachwirkung beim Stromöffnen.

Tabelle 6.

Zeit in sek.	$\mathfrak{H} = 0{,}328$	$\mathfrak{H} = 2{,}586$	$\mathfrak{H} = 10{,}370$
0,0000	105,4	1071,0	2612,0
0,0150	15,2	154,2	35,1
0,0195	12,1	—	25,2
0,0260	8,5	103,1	17,1
0,0325	6,5	79,4	11,9
0,0390	5,6	59,9	8,9
0,0455	—	40,2	6,9
0,0520	4,1	27,9	—
0,0585	—	20,1	6,0
0,0650	3,3	15,2	—
0,0715	2,5	—	4,0
0,0780	—	10,2	—
0,0845	—	8,8	3,2
0,0910	2,0	—	—
0,0975	—	7,8	2,6
0,1040	1,9	—	2,4
0,1105	—	6,2	—
0,1300	0,5	4,9	0,9
0,5000	—	2,8	—
1,0000	—	1,9	—
2,0000	—	1,2	—

Aus diesen Tabellen und aus den mit ihrer Hilfe entworfenen Kurven (Figur 3 bis 5) geht deutlich hervor, dass die magnetische Nachwirkung beim Eisenring stark ausgeprägt ist; besonders im Maximum der Permeabilität ist die Viskosität bedeutend erheblicher als in den beiden anderen untersuchten Feldstärken. Die Ausschläge beim Stromunterbrechen sind weit kleiner als beim Stromschluss, weil ja bekanntlich beim Oeffnen die reine Nachwirkung

auftritt. Es ergibt sich also eine Bestätigung der bereits von anderen Autoren[1]) mitgeteilten Ergebnisse.

B) Der Kobaltring.

Der mir zur Verfügung stehende Kobaltring ist bereits von Asmus[2]) auf magnetische Nachwirkung hin untersucht worden. Nach seinen Angaben ist es ihm „nicht gelungen, Viskosität in einwandfreier Weise festzustellen, geschweige denn zu messen." Daher ging ich nun mit grösster Sorgfalt an die Untersuchung dieses Materials heran. Von einer Bestimmung des Verlaufs der Permeabilität sah ich ab, da sie ja von Asmus durchgeführt war und auch die graphische Darstellung vorliegt, prüfte sie jedoch bei denjenigen Feldstärken, in welchen meine Beobachtungen angestellt wurden, und fand durchweg gute Uebereinstimmung.

Tabellarisch sind nun die Resultate meiner Versuchsreihen zusammengefasst:

Ring Co. Nachwirkung beim Stromschluss.

Tabelle 7.

Zeit in sek.	$\mathfrak{H} = 1{,}869$	$\mathfrak{H} = 9{,}346$	$\mathfrak{H} = 37{,}199$
0,0000	451,2	2663,0	8453,0
0,0180	19,5	87,9	196,5
0,0270	6,6	44,0	103,1
0,0360	4,3	20,0	11,9
0,0450	2,4	11,7	4,7
0,0540	1,4	8,7	4,0
0,0630	0,9	7,2	3,2

[1]) Lahrs und Roeder l. c.

[2]) Asmus l. c.

Tabelle 7. (Schluss).

Zeit in sek.	$\mathfrak{P} = 1{,}869$	$\mathfrak{P} = 9{,}346$	$\mathfrak{P} = 37{,}199$
0,0720	0,5	6,1	2,7
0,0810	0,2	5,5	2,0
0,0900	—	5,1	1,3
0,1080	—	—	0,9
0,1170	—	4,7	0,3
0,1440	—	4,3	0,2
0,5000	—	1,5	—
1,0000	—	0,9	—
1,5000	—	0,5	—
2,0000	—	0,3	—

Ring Co. Nachwirkung beim Stromöffnen.

Tabelle 8.

Zeit in sek.	$\mathfrak{P} = 1{,}871$	$\mathfrak{P} = 9{,}394$	$\mathfrak{P} = 19{,}810$
0,0000	451,7	2856,0	5570,0
0,0150	3,6	8,5	7,9
0,0195	3,1	6,4	6,3
0,0260	—	5,0	5,7
0,0325	2,2	4,4	5,0
0,0390	1,8	4,0	4,1
0,0455	1,6	3,6	—
0,0520	1,2	—	3,2
0,0585	—	3,2	2,5
0,0650	0,8	3,0	1,9
0,0715	0,7	—	1,5
0,0780	0,6	2,6	1,1
0,0845	0,3	—	0,6
0,0910	—	2,3	0,2
0,0975	—	2,1	—

Tabelle 8. (Schluss).

Zeit in sek.	$\mathfrak{H} = 1{,}871$	$\mathfrak{H} = 9{,}394$	$\mathfrak{H} = 19{,}810$
0,1040	—	1,9	—
0,1170	—	1,6	—
0,1300	—	1,3	—
0,1430	—	0,9	—
0,1625	—	0,4	—

Aus den Tabellen und den dazu gehörigen Kurven sieht man, dass Viskosität beim Kobalt nicht allein festgestellt, sondern auch gemessen wurde, wenn auch die Beträge wesentlich kleiner sind als die beim Eisenring auftretenden. Auch hier ist im Felde des Maximums der Permeabilität die Verzögerung die grösste und am schärfsten ausgeprägte im Vergleich zu den Resultaten, welche in den anderen untersuchten Feldstärken ermittelt waren.

C) Der Nickeldrahtring.

Von Reinicke[1]) war bei seinen Versuchen der Nickeldrahtring als Vergleichsmaterial zu seinem massiven Nickelring hinzugezogen worden. Da aus seinen wenigen Tabellen und Ausführungen über den Drahtring ein klares Bild von den magnetischen Eigenschaften nicht erkennbar ist, so unterwarf ich den Ring zyklischen einstufigen Magnetisierungsprozessen zur Bestimmung des Verlaufs der Permeabilität. Dabei traten nun bereits von Reinicke hervorgehobene, recht merkwürdige Verhältnisse auf. Die mit Hilfe der Beobachtungen errechneten Werte von $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{R}$ und μ habe ich in Tabelle 9 zusammengefasst und in Fig. 9 (b) die entsprechende Kurve, und zwar $\mathfrak{H}$ als Abszisse und μ als Ordinate aufgetragen.

[1]) l. c.

Ring Ni (ungeglüht). Tabelle 9.

Feldstärke $\mathfrak{H}$	Maximal-Induktion $\mathfrak{B}$	Remanenz $\mathfrak{R}$	Permeabilität $\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$
0,57	6,254	0,0861	11,15
2,75	30,62	0,3214	11,17
6,72	85,90	1,321	12,78
11,33	105,09	2,58	13,25
13,31	180,23	13,84	13,62
17,82	465,46	282,30	26,12
22,22	784,61	610,86	35,31
28,05	1978,01	1619,01	70,06
33,99	2649,60	2210,50	78,07
37,73	2938,02	2437,02	77,84
44,44	3313,30	2711,20	74,55
56,21	3682,91	2955,11	65,50
68,42	4016,60	3204,00	58,69

Bei einer Feldstärke von 36,30 Gauss, also bei den höchsten Werten der Permeabilität, stellte ich trotz aller wenig Erfolg versprechenden Erscheinungen Nachwirkungsversuche an, und zwar für Stromschluss. Da nun die bei der Zeit 0,0180 sek. bezw. 0,0270 sek. erhaltenen Ausschläge nur 0,5 bezw. 0,3 Skt. betrugen, Ausschläge, welche mit den von Reinicke[1]) zwar beim massiven Nickelring beobachteten Elongationen verglichen äusserst gering sind, so unterwarf ich den Ring nach dem Verfahren von Lahrs[2]) einem Glühprozess, um ihn hierdurch aus seinem Zwangszustande[3]) zu befreien; er wurde seiner primären und sekundären Bespinnung entkleidet und darauf mit 1 mm starkem Eisendraht umwickelt, um einem Auseinanderfallen

[1]) l. c. pag. 41.
[2]) l. c. pag. 8.
[3]) Reinicke, Dissertation, Halle 1908, pag. 37.

der einzelnen Drahtringe, deren Zahl 740 betrug, vorzubeugen, was in durchaus befriedigender Weise gelang. Auf Holzkohlenfeuer wurde der Ring bis auf Weissglut erhitzt, und zwar etwa 2 Stunden lang, und darauf das Feuer sich selbst überlassen. Am anderen Tage wurde der Ring vom Herd genommen und sorgfältig von dem ihn umwickelten Eisendraht gelöst, sowie von der Asche und dem ihm anhaftenden Kohlenstaub gereinigt. Da durch den Glühprozess das Interferrikum vollständig zerstört war, und jetzt die einzelnen Drahtringe sich berührten, versuchte ich durch wiederholtes Bestreichen mit spirituöser Schellacklösung den Ring zu durchtränken, um gute Isolation der einzelnen Drahtringe zu erzielen. Nach Untersuchungen von M. Wien[1]) ist übrigens der Widerstand an den Berührungsstellen der Drähte, zumal diese mit einer Oxydschicht überzogen waren, so gross, dass eine besondere Isolation gar nicht erforderlich ist. Nach dem bewährten Rezept[2]) wurde nun der geglühte Ring bewickelt, und zwar mit einer sekundären Lage und zwei Primärlagen. Die Grösse des metallischen Querschnittes, sowie die des Achsendurchmessers sind durch den Glühprozess nicht verändert, wohl aber die anderen Daten. Haben wieder die für die Bezeichnungen der Daten oben vor Tabelle 1 erwähnten Abkürzungen dieselben Bedeutungen, so ergibt sich für:

$N = 295$
$\mathfrak{N} = 478$
$q_2 = 0{,}2026$ qcm
$q = 0{,}5262$ „
$Q = 1{,}549$ „
$q_1 = 0{,}3236$ „
$R = 5{,}327$ cm

} wie in Tabelle 1.

Zur Kontrolle der eventuell geänderten magnetischen Eigenschaften diente die erneute Feststellung des Verlaufs

[1]) l. c.; siehe auch Rücker l. c. pag. 58.
[2]) siehe pag. 10.

der Permeabilität. Die folgende Tabelle und die graphische Darstellung von $\mathfrak{H}$ und μ in Figur 9 (a) zeigen eine wesentliche Aenderung, und zwar eine bedeutende Erhöhung der maximalen Permeabilitätswerte und eine Verschiebung derselben zu kleineren Feldstärken, ein Resultat, welches auch Lahrs[1]) bei der thermischen Behandlung seiner Eisenringe festgestellt hat, wenn auch die Erscheinung bei ihm sich nicht in solchem Masse zeigte, wie beim magnetisch sehr empfindlichen Nickel.

Ring Ni (geglüht).

Tabelle 10.

Feldstärke $\mathfrak{H}$	Maximal-Induktion $\mathfrak{B}$	Remanenz $\mathfrak{R}$	Permeabilität μ
0,31	30,14	$1{,}40_6$	97,57
0,72	102,41	96,21	141,90
1,17	329,30	184,20	270,29
3,74	1750,70	1366,01	467,85
3,88	1813,60	1420,10	468,05
4,10	1938,40	1530,06	472,91
6,87	3104,02	2423,00	450,72
8,37	3458,00	2656,05	413,00
11,96	4004,51	2945,12	334,82
23,92	4991,00	3331,00	208,60

In der Hoffnung, gleichfalls verbesserte magnetische Verhältnisse auch für die Nachwirkungserscheinungen zu erhalten, wurden nunmehr Viskositätsmessungen in drei charakteristischen Feldstärken, und zwar in der zum Maximum der Permeabilität gehörigen, einer kleineren und einer grösseren Feldstärke vorgenommen.

[1]) l. c.

Ring Ni (geglüht). Nachwirkung beim Stromschluss.

Tabelle 11.

Zeit in sek.	$\mathfrak{H}=1{,}174$	$\mathfrak{H}=3{,}997$	$\mathfrak{H}=6{,}866$
0,0000	226,4	733,2	1151,0
0,0180	2,4	4,1	4,6
0,0270	1,5	3,7	3,3
0,0360	1,2	3,2	2,6
0,0450	0,9	2,8	2,1
0,0540	—	2,4	1,7
0,0630	0,5	2,0	—
0,0720	0,4	1,7	1,3
0,0810	—	1,4	1,1
0,0900	0,2	1,2	0,9
0,1080	—	1,0	—
0,1170	—	0,9	0,6
0,1350	—	0,8	0,3
0,1800	—	0,6	—

Ring Ni (geglüht). Nachwirkung beim Stromöffnen.

Tabelle 12.

Zeit in sek.	$\mathfrak{H}=1{,}174$	$\mathfrak{H}=3{,}997$	$\mathfrak{H}=6{,}866$
0,0000	226,8	745,4	1079,0
0,0150	1,4	1,7	1,6
0,0195	1,2	1,6	1,4
0,0260	1,0	1,4	1,2
0,0325	0,8	1,3	1,1
0,0390	0,6	1,2	1,0
0,0455	0,5	1,1	—
0,0520	0,4	0,9	0,7
0,0585	0,2	—	0,6

Tabelle 12. (Schluss).

Zeit in sek.	$\mathfrak{H} = 1{,}174$	$\mathfrak{H} = 3{,}997$	$\mathfrak{H} = 6{,}866$
0,0650	—	0,8	—
0,0715	—	0,7	0,5
0,0845	—	0,6	0,2
0,0910	—	—	0,1
0,1170	—	0,3	—
0,1300	—	0,3	—
0,1625	—	0,2	—

Die Elongationen haben sich, wie ja aus beiden Tabellen hervorgeht, am geglühten Material erheblich vergrössert; es sind auch in dieser Beziehung gänzlich geänderte magnetische Verhältnisse vorhanden. Im Vergleich zu dem beim Eisen und auch beim Kobalt beobachteten Nachwirkungserscheinungen ist das Auftreten der magnetischen Verzögerung äusserst gering; sie verläuft hier innerhalb weit kürzerer Zeiten. „Der plötzliche, ungemein starke Abfall und ein sich daran anschliessendes sehr langsames Abklingen“ waren charakteristische Zeichen für Reinickes[1]) Messungen am massiven Ring. Trotz kürzerer Intervalle, welche mir zur Verfügung standen, habe ich doch niemals so grosse Ausschläge erhalten, als Reinicke. Der Abfall war bei meinen Versuchen am Drahtring also noch bedeutend schneller, als beim Massivring, während das sich anschliessende Abklingen gleichfalls langsam vollzog. Es zeigte sich in Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Versuche bei Fe und Co wiederum, dass in der zur maximalen Permeabilität gehörigen Feldstärke die magnetische Verzögerung am grössten ist.

[1]) l. c. pag. 42.

IV. Theoretische Betrachtungen.

1. Die Berechnung der Induktionskoeffizienten[1]).

Für eine Strombahn ist infolge der auftretenden Selbstinduktion die elektromotorische Kraft:

$$E = -L_1 \frac{di}{dt}; \quad (1)$$

Andererseits wird durch Aenderung der Kraftlinien im Innern der Spule eine elektromotorische Kraft induziert. Ist F die Anzahl der Kraftlinien, also gleich dem Induktionsfluss QB, wobei Q der Querschnitt innerhalb der Spule und B die magnetische Induktion ist, so gilt für die Flächeneinheit:

$$E = -\frac{dF}{dt} = -\frac{d(Q\mathfrak{B})}{dt}; \quad (2)$$

mithin für die Gesamtheit der umsponnenen Windungen N:

$$E = -\frac{d(FN)}{dt} = -\frac{d(NQ\mathfrak{B})}{dt} \quad (2')$$

Da nun $B = \mu \mathfrak{H}$ ist, so ergibt sich für:

$$E = -\frac{d(NQ\mu\mathfrak{H})}{dt};$$

$$\mathfrak{H} = 4\pi n i; \quad n = \frac{N}{2R\pi}$$

$$E = -\frac{d(Q\mu 4\pi n i N)}{dt}$$

$$E = -\frac{2\pi Q \mu N^2}{R\pi} \cdot \frac{di}{dt}$$

Durch Kombination des letzten Resultates mit der Formel (1) bekommt man als Faktor für den Selbstinduktionskoeffizienten:

$$L_1 = \frac{2N^2 Q \mu}{R}.$$

[1]) Ebert. Magnet. Kraftfelder, pag. 310.

Analoge Betrachtung führt zu ähnlichen Ergebnissen für L_2 und M; durch entsprechende Buchstabenvertauschung erhält man für:

$$M = \frac{2\,N\,\mathfrak{N}\,q\,\mu}{R}$$

$$L_2 = \frac{2\,\mathfrak{N}^2\,q\,\mu}{R}$$

Die Zahl μ ist infolge des Vorhandenseins von ferromagnetischer Substanz nicht konstant, sondern variiert mit der Feldstärke. Da nun bei den Versuchen zur Bestimmung der Nachwirkungserscheinungen sowohl, wie auch zur Ermittelung der Induktionskoeffizienten die Ringe stets vorher zyklischen Magnetisierungsprozessen unterworfen waren, also für $\mathfrak{H} = o$, $\mathfrak{B} = \mathfrak{R}$ war, so nahm die Permeabilität nicht von $\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$ bis o ab, sondern sie fiel beim Unterbrechen von $\frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$ auf $\frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{R}}{\mathfrak{H}}$, und allein dieser Wert trat in Wirkung; er sei der Kürze halber mit μ_0 bezeichnet.

Für meine Berechnungen ergeben sich daher folgende Faktoren für:

$$L_1 = \frac{2\,N^2\,Q\,\mu_0}{R}$$

$$M = \frac{2\,N\,\mathfrak{N}\,q\,\mu_0}{R}$$

$$L_2 = \frac{2\,\mathfrak{N}^2\,q\,\mu_0}{R}$$

wobei zu beachten ist, dass der unter der entsprechenden Lage befindliche Querschnitt nicht vollständig mit ferromagnetischer Substanz ausgefüllt ist, sondern zum Teil Interferrikum umschloss. Diese Korrektion ist natürlicher Weise mit in Rechnung gesetzt worden, so dass die bei der Berechnung zugrunde liegenden Formeln[1]) folgende sind:

$$L_1 = \frac{2\,N^2}{R}\,[Q + (\mu_0 - 1)\,q_1]$$

[1]) Bezüglich der Abkürzungen vergl. pag. 11 u. 12.

$$M = \frac{2\,N\,\mathfrak{N}}{R}\,[q + (\mu_0 - 1)\,q_1]$$

$$L_2 = \frac{2\,\mathfrak{N}^2}{R}\,[q + (\mu_0 - 1)\,q_1]$$

Die nun vermittels dieser Formeln für verschiedene μ_0 berechnete Werte befinden sich auf Seite 47.

2. Die induzierten Ströme.

Für zwei benachbarte Stromkreise[1]), in welchen Induktion auftritt, gilt für den induzierenden Kreis folgende Beziehung:

$$-M\,\frac{di_2}{dt} - L_1\,\frac{di_1}{dt} + E_1 = i_1\,w_1 \quad (3)$$

und für den induzierten Strom:

$$-L_2\,\frac{di_2}{dt} - M\,\frac{di_1}{dt} = i_2\,w_2 \quad (4).$$

Es bezeichnen in diesen Gleichungen i_1 die Intensität des im Moment t vorhandenen Stromes im Primärkreis, i_2 den in der sekundären Spule induzierten Differentialstrom, w_1 den Widerstand des primären, w_2 den des sekundären Kreises, L_1, M, L_2 sind die bekannten Induktionskoeffizienten. Diese beiden Gleichungen liefern die Werte i_1 und i_2 in ihrer Abhängigkeit von der Zeit.

A) Stromschluss.

Wird der Primärkreis geschlossen, so gelten beide Gleichungen. Durch Kombination von (3) und (4) ergibt sich für:

$$(3')\quad \frac{di_1}{dt} = \frac{(E_1 - w_1\,i_1)\,L_2 + M i_2\,w_2}{L_1\,L_2 - M^2};$$

und

$$(4')\quad \frac{di_2}{dt} = \frac{(i_1\,w_1 - E_1)\,M - L_1\,i_1\,w_1}{L_1\,L_2 - M^2}$$

[1]) G. Wiedemann: Die Lehre von der Elektrizität IV. 1898, pag. 148/149 und Roeder. Diss. Halle 1911, pag. 33.

Ich setze nun $u = i_1 + \varphi i_2$, wobei φ eine noch zu ermittelnde Konstante ist. Durch Differentiation letzterer Gleichung folgt:

$$\frac{du}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \varphi \frac{di_2}{dt}$$

Setze ich nun die Werte von (3') und (4') in diese Gleichung ein, so ergibt sich

$$\frac{du}{dt} = \frac{(E_1 - w_1 i_1) L_2 + M i_2 w_2}{L_1 L_2 - M^2} + \varphi \frac{(i_1 w_2 - E_1) M - L_1 i_1 w_1}{L_1 L_2 - M^2}$$

Durch Ausmultiplizieren und geeignetes Zusammenfassen der Faktoren erhält man

$$\frac{du}{dt} = \frac{w_1 (M\varphi - L_2)}{L_1 L_2 - M_2} u + i_2 \left[\frac{\varphi (w_1 L_2 - w_2 L_1) + M w_2 - M w_1 \varphi^2}{L_1 L_2 - M^2} \right] + \frac{E_1 (L_2 - \varphi M)}{L_1 L_2 - M^2} \quad (5)$$

Zur Bestimmung der Konstanten φ setze ich nun den Koeffizienten von $i_2 = 0$ und ich erhalte für φ folgende quadratische Gleichung

$$\varphi^2 M w_1 = \varphi (w_1 L_2 - w_2 L_1) + w_2 M,$$

woraus für φ folgt

$$\varphi = \frac{w_1 L_2 - w_2 L_1}{2 M w_1} \pm \sqrt{\frac{w_2}{w_1} + \left(\frac{w_1 L_2 - w_2 L_1}{2 M w_1} \right)^2}$$

$$\varphi_1 = \sigma + \varrho$$

$$\varphi_2 = \sigma - \varrho, \text{ wobei}$$

$$\sigma = \frac{w_1 L_2 - w_2 L_1}{2 M w_1} \text{ und } \varrho = \sqrt{\frac{w_2}{w_1} + \left(\frac{w_1 L_2 - w_2 L_1}{2 M w_1} \right)^2}$$

Gleichung (5) nimmt nun folgende Gestalt an

$$\frac{du}{dt} + \frac{w_1 (L_2 - M\varphi)}{L_1 L_2 - M^2} u = \frac{E_1 (L_2 - \varphi M)}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\text{Es sei nun } \lambda = \frac{L_2 - M\varphi}{L_1 L_2 - M^2}$$

$$\text{dann ist } \frac{du}{dt} + w_1 \lambda u = E_1 \lambda \quad (6)$$

Um die Gleichung (6), eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung zu integrieren, setze ich nach der Methode von Bernoulli:

$$u = y \cdot z \text{ also}$$

$$\frac{du}{dt} = y \frac{dz}{dt} + z \frac{dy}{dt}$$

Durch Einsetzen dieses Wertes in (6) erhält man

$$y \frac{dz}{dt} + z \left[\frac{dy}{dt} + y \cdot w_1 \lambda\right] = E_1 \lambda \quad (7)$$

Von den beiden Funktionen y und z ist eine ganz beliebig zu wählen; deshalb werde y derart bestimmt, dass in der Gleichung (7) der Faktor von z verschwindet, dass also

$$\frac{dy}{dt} + y \cdot w_1 \lambda = o \text{ wird.}$$

$$\frac{dy}{y} = - w_1 \lambda \, dt$$

$$y = e^{- w_1 \lambda t} \quad (8)$$

Durch diese Bestimmung hat sich (7) auf folgende Gleichung reduziert:

$$y \frac{dz}{dt} = E_1 \lambda$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{E_1 \lambda}{y} = E_1 \lambda e^{w_1 \lambda t}$$

$$\text{und } z = E_1 \lambda \int e^{w_1 \lambda t} \, dt + C$$

$$z = \frac{E_1}{w_1} e^{w_1 \lambda t} + C \quad (9)$$

Es war $u = y \cdot z$ gesetzt; führt man die für y und z in (8) und (9) erhaltenen Resultate ein, so folgt:

$$u = e^{- w_1 \lambda t} \left\{C + \frac{E_1}{w_1} e^{w_1 \lambda t}\right\}$$

Um die Konstante C zu ermitteln, betrachte ich den Wert u, wenn t = o ist, er sei u_0; nun ist

$$u_0 = o; \quad C = -\frac{E_1}{w_1}$$

also ist

$$u = e^{-w_1 \lambda t} \left\{ -\frac{E_1}{w_1} + \frac{E_1}{w_1} e^{w_1 \lambda t} \right\}$$

$$\text{oder } u = \frac{E_1}{w_1} \left(1 - e^{\frac{w_1 (\varphi M - L_2)}{L_1 L_2 - M^2} t} \right)$$

Entsprechend den beiden Werten von φ erhält man zwei für u; nämlich

$$u_1 = i_1 + \varphi_1 i_2$$
$$u_2 = i_1 + \varphi_2 i_2$$

Durch Subtraktion dieser Gleichungen ergibt sich schliesslich für

$$i_2 = \frac{u_2 - u_1}{\varphi_2 - \varphi_1}$$

Die gefundenen Werte für u_2 und u_1, sowie für φ_2 und φ_1 eingesetzt geht i_2 in folgenden Ausdruck über

$$i_2 = -\frac{E_1}{2 w_1 \varrho} \left[e^{-\gamma_1 t} - e^{-\gamma_2 t} \right]$$

$$\text{wobei } \gamma_1 = \frac{w_1 L_2 + w_2 L_1 - 2 w_1 M \varrho}{2 (L_1 L_2 - M^2)} \text{ und}$$

$$\gamma_2 = \frac{w_1 L_2 + w_2 L_1 + 2 w_1 M \varrho}{2 (L_1 L_2 - M^2)}$$

Die Gesamtintensität des induzierten Stromes

$$i = \int i_2 \, dt$$

Da nun bei den Nachwirkungsbeobachtungen der sekundäre Stromkreis erst zur Zeit t_1 geschlossen wurde, so ist das Integral über die Grenzen t_1 bis ∞ zu erstrecken

$$i = \int_{t_1}^{\infty} i_2 \, dt$$

$$i = -\frac{E_1}{2\varrho w_1}\left\{-\frac{1}{\gamma_1 e^{\gamma_1 t}}+\frac{1}{\gamma_2 e^{\gamma_2 t}}\right\}_{t_1}^{\infty}$$

$$i = -\frac{E_1}{2\varrho w_1}\left[-\frac{1}{\gamma_1 e^{\gamma_1 \infty}}+\frac{1}{\gamma_2 e^{\gamma_2 \infty}}+\frac{1}{\gamma_1 e^{\gamma_1 t_1}}-\frac{1}{\gamma_2 e^{\gamma_2 t_1}}\right]$$

Da nun $\frac{1}{\gamma_1 e^{\gamma_1 \infty}} = o$ und $\frac{1}{\gamma_2 e^{\gamma_2 \infty}} = o$, so bleibt

für $$i = -\frac{E_1}{2\varrho w_1}\left[\frac{1}{\gamma_1 e^{\gamma_1 t_1}}-\frac{1}{\gamma_2 e^{\gamma_2 t_1}}\right]$$

$$i = -\frac{E_1}{2\varrho w_1}\left[\frac{e^{-\gamma_1 t_1}}{\gamma_1}-\frac{e^{-\gamma_2 t_1}}{\gamma_2}\right]$$

E_1 ist die E. M. K im Primärkreis: $E_1 \quad J \cdot w_1$; $\frac{E_2}{w_2} - i$, wobei i der Integralstrom im Sekundärkreis ist, also ist

$$E_2 = -\frac{J \cdot w_2}{2\varrho}\left[\frac{e^{-\gamma_1 t_1}}{\gamma_1}-\frac{e^{-\gamma_2 t_1}}{\gamma_2}\right]$$

B) Stromunterbrechung.

Der Primärkreis wird momentan unterbrochen; infolgedessen existiert Gleichung (3) nicht mehr.

Um den Integralstrom im sekundären Kreise zu ermitteln, wird Gleichung (4) mit dt multipliziert:

$$-L_2 \frac{di_2}{dt} dt - M \frac{di_1}{dt} dt - w_2 i_2 dt = o$$

Die so erhaltene Gleichung wird integriert, und zwar i_2 zwischen den Grenzen o und i, der vollen Stärke des Integralstroms, t läuft von O bis zu einer Zeit τ, innerhalb welcher i_1 merklich erlischt und welche gegen die Dauer des Induktionsstromes klein ist, und i_1, da im Moment

der Unterbrechung der induzierende Strom noch seine ganze Intensität J hat, zur Zeit τ dagegen gleich o ist, von J bis o.

$$- L_2 \int_o^i di_2 - M \int_J^o di_1 - w_2 \int_o^\tau i_2 \, dt = o$$

Die Integration ausgeführt:

$$- L_2 \, i + MJ - w_2 \int_o^\tau i_2 \, dt = o$$

Je mehr sich nun τ dem Werte o nähert, um so kleiner wird das Integral und nähert sich τ dem Werte o, so ist das letzte Glied auch = o und man erhält für i zur Zeit t = o, es sei mit i_0 bezeichnet

$$i_0 = \frac{MJ}{L_2}$$

Für jede von O verschiedene Zeit ist indessen $\frac{dJ}{dt}$ = o, und Gleichung (4) reduziert sich auf:

$$- L_2 \frac{di_2}{dt} - w_2 \, i_2 = o \text{ oder}$$

$$\frac{di_2}{i_2} = - \frac{w_2}{L_2} \, dt$$

Integriert:

$$i_2 = Ce^{-\frac{w_2}{L_2} t}$$

Zur Zeit t = o ist i_2 = C; also C = i_0

$$C = \frac{MJ}{L_2}$$

Den Wert eingesetzt von C ist

$$i_2 = \frac{MJ}{L_2} e^{-\frac{w_2}{L_2} t}$$

Der Integralstrom $i = \int i_2 \, dt$ und da bei den Nachwirkungsversuchen der sekundäre Kreis zur Zeit t_1 geschlossen ward, so ist zu integrieren von t_1 bis ∞.

$$i = \int_{t_1}^{\infty} i_2 \, dt = \int_{t_1}^{\infty} \frac{MJ}{L_2} e^{-\frac{w_2}{L_2} t} \, dt$$

$$i = \left[-\frac{MJ \cdot L_2}{L_2 \cdot w_2} e^{-\frac{w_2}{L_2} t} \right]_{t_1}^{\infty}$$

Der Faktor mit $t = \infty$ ist gleich Null und es restiert für

$$i = \frac{MJ}{w_2} e^{-\frac{w_2}{L_2} t_1}$$

Ist nun die elektromotorische Kraft des Integralstromes $E_2 = i \, w_2$, so ergibt sich für

$$E_2 = MJe^{-\frac{w_2}{L_2} t_1}$$

3. Untersuchung des Verlaufes von $\mathfrak{B}$ selbst für den Fall der Stromunterbrechung.

Die nachstehende Untersuchung ist ausgeführt für den Kobaltring und zwar für diejenige Feldstärke, welche die maximalen Werte der Permeabilität liefert.

Die beobachteten Ablenkungen (Tabelle 8; $\mathfrak{H} = 9{,}394$ C.G.S.) entstehen infolge der Aenderung der Induktion während der Schwingungsdauer des Galvanometers. Es lassen sich hierauf die von Herrn Prof. Dr. Dorn[1]) angestellten Betrachtungen anwenden:

„Sind nämlich für einen gedämpft schwingenden Magneten zur Zeit $t = o$ die Anfangswerte der Ablenkung und

[1]) E. Dorn: Wied. Ann Bd. 17, 1882, pag. 654ff. Desgl. Roeder pag. 37.

Winkelgeschwindigkeit φ_0 und v_0, und wird zu den Zeiten t_1, $t_2 \ldots t_n$ die Winkelgeschwindigkeit um resp. γ_1, $\gamma_2 \ldots \gamma_n$ vermehrt, so kann man nach t_n hierfür eine Bewegung substituieren, die bei $t = o$ mit den Werten:

$$\varphi' = \varphi_0 - \frac{1}{\varrho} \sum_{h-1}^{n} \gamma_h e^{\alpha t_h} \sin \varrho\, t_h$$

$$v' = v_0 + \sum_{h-1}^{n} \gamma_h e^{\alpha t_h} \left[\cos \varrho t_h + \frac{\alpha}{\varrho} \sin \varrho t_h \right]$$

angefangen hätte.

Im Falle einer während des Zeitintervalles t_0 bis $t_0 + t'$ stattfindenden kontinuierlichen Induktion, welche während dt die Winkelgeschwindigkeit um Γdt vermehrt, hat man dann:

$$\varphi' = \varphi_0 - \frac{1}{\varrho} \int_{t_0}^{t_0 + t'} \Gamma e^{\alpha t} \sin \varrho t \, dt$$

$$v' = v_0 + \int_{t_0}^{t_0 + t'} \Gamma e^{\alpha t} \left[\cos \varrho t + \frac{\alpha}{\varrho} \sin \varrho t \right] dt$$

Γ muss als Funktion von t bekannt sein."

Es bedeuten die in den Formeln gebrauchten Abkürzungen folgendes:

die Zeit der ersten Umkehr $t' = \frac{T}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}$

$$\varrho = \frac{\pi^2}{\tau \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

$$\alpha = \frac{\pi \lambda}{\tau \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}$$

T ist die Schwingungsdauer mit, τ die ohne Dämpfung und λ ist das natürliche logarithmische Dekrement, und es ist bekanntlich

$$T = \tau \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2}}$$

„Die Geschwindigkeit V_0, mit welcher der Magnet bei den fiktiven Anfangswerten φ' und v' die Ruhelage passiert, resp. hätte passieren müssen, um zur Zeit $t = o$ sich in φ' mit der Geschwindigkeit v' zu befinden, ergibt sich als:

$$(10)\quad V_0 = \sqrt{(v' + a\varphi')^2 + \varrho^2\varphi'^2} \cdot e^{-\frac{a}{\varrho}\,\mathrm{arctg}\,-\frac{\varrho\varphi'}{v' + a\varphi'}}$$

Der Verlauf der Nachwirkung ist nun keine einheitliche Funktion der Zeit; denn der Abfall ist nur anfangs angenähert exponential und später von der Zeit — 0,0585 sek. ab merklich linear[1]). Setzt man für diesen Teil der Kurve:

$$\Gamma_t \quad \Gamma_0 - \Gamma_1 t \text{ oder}$$

$$\Gamma_t = \Gamma_0 \left(1 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} t\right)$$

so lehrt eine einfache Betrachtung, dass die erste Elongation nach demselben linearen Gesetze abnehmen muss. Es kann daher der Quotient $\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0}$ aus der obersten Kurve der Figur 7 entnommen werden, und zwar wird $\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0}$ 5,633 sek^{-1}. Setzt man in φ' und v' $\Gamma_t - \Gamma_0 \left(1 - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} t\right)$ ein und führt die Integration aus, so erhält man, da ja φ_0 o und $v_0 - o$ ist, für φ' und v' folgende Ausdrücke[2]):

$$\varphi' = -\frac{\Gamma_0}{\varrho\,(\varrho^2 + a^2)} \left\{ e^{at'} (a \sin \varrho t' - \varrho \cos \varrho t') + \varrho \right.$$

$$\left. - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} \left[e^{at'} \left[at' \sin \varrho t' - \varrho t' \cos \varrho t' + \frac{1}{\varrho^2 + a^2} (2\varrho a \cos \varrho t' \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + (\varrho^2 - a^2) \sin \varrho t') \right] - \frac{2\varrho a}{\varrho^2 + a^2} \right] \right\}$$

$$v' = \Gamma_0 \left\{ e^{at'} \cdot \frac{\sin \varrho t'}{\varrho} - \frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} \left[e^{at'} \left(t' \sin \varrho t' - \frac{a \sin \varrho t' - \varrho \cos \varrho t'}{\varrho^2 + a^2} \right) \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{\varrho^2 + a^2} \right] \right\}$$

[1]) vergl. Fig. 7.

[2]) s. Roeder, pag. 38.

Setzt man die Zahlenwerte

$$t' = 5{,}537 \text{ sek.}$$
$$\varrho = 0{,}2424$$
$$\alpha = 0{,}05864$$

in diese Gleichungen ein, so erhält man für

$$(10a)\quad \varphi' = 312{,}9\ \Gamma_0$$
$$(10b)\quad v' = -82{,}12\ \Gamma_0$$

und aus (10)

$$(11)\quad V_0 = 80{,}26\ \Gamma_0.$$

Ferner lässt sich V_0 berechnen nach der Formel:

$$(12)\quad V_0 = \frac{\pi}{\tau}\beta k \qquad \frac{1}{\pi}\ \text{arctg}\ \frac{\pi}{\backslash},$$

wobei β der erste Ausschlag ist; für die Zeit σ = 0,0585 sek. ist laut Beobachtung (Tab. 8) β = 3,2 Skt., mithin

$$(12')\quad V_0 = 1{,}062 \text{ Skt. sek.}^{-1}$$

Aus (11) und (12') folgt die Beschleunigung für σ

$$\Gamma_0 = 1{,}323\ 10^{-2} \text{ Skt. sek.}^{-2}$$

Letzteren Wert in die Gleichungen (10a) und (10b) eingeführt, ergibt:

$$\varphi' = 4{,}139 \text{ Skt.}$$
$$v' = -1{,}086 \text{ Skt. sek.}^{-1}$$

„Für Zeiten[1]), bei denen das Anlegen des Galvanometers — vor σ = 0,0585 sek. — erfolgt, werde der bis dahin ablaufende Teil der Induktion einem momentanen Stoss im Augenblick t = o gleichgesetzt, der die Galvanometernadel in der Ruhelage trifft und ihr die Geschwindigkeit v_0 erteilt. Dies ist im Hinblick auf die Zeit bis zur Umkehr (5,537 sek.) mit genügender Annäherung zulässig. φ_0 ist also dann auch hier gleich Null; demnach sind φ' und $v'' = v' - v_0$ berechenbar, wobei sich die Integration von Null bis zu einem Werte t'' erstreckt, der gleich t' vermindert um die Zeitdifferenz zwischen Anlegen des Galvanometers und σ = 0,0585 sek. ist, also $t'' = t' - \sigma + t$.

[1]) Vergl. Roeder pag. 39.

V_0 berechnet sich nun nach der Formel (12) für jeden Wert aus dem ersten Ausschlage, und v_0 unter Benutzung der Formel (10) für V_0, da der Exponentialfaktor in allen Fällen mit guter Näherung gleich 1 gesetzt werden kann. Man erhält:

$$v_0 = \sqrt{V_0^2 - \varrho^2 \varphi'^2} - (v'' + \alpha\varphi')$$

Es sind nun in folgender Tabelle die für die verschiedenen Zeiten ausgerechneten Werte zusammengestellt.

Tabelle 12a.

t	φ'	v''	V_0	v_0
0,0585	4,139	—1,086	1,062	0,000
0,0455	4,127	—1,054	1,195	0,272
0,0325	4,094	—1,052	1,460	0,687
0,0195	4,063	—1,047	2,123	1,498
0,0150	4,055	—1,044	2,820	2,262

φ' ist in Skt., v'', V_0 und v_0 in Skt. sek. $^{-1}$ gegeben.

Dividiert man nun die in den Zeitintervallen auftretenden Geschwindigkeitszuwachse durch die Zeit, so erhält man die mittleren Beschleunigungen in Skt. sek. $^{-2}$.

Um nun von den Beschleunigungen den Uebergang zur Aenderung der Induktion zu finden, kann die allgemeine Gleichung

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - D \cdot \varphi + G \cdot i_2$$

benutzt werden, wo G das Drehungsmoment für den Strom 1 und i_2 der Momentanwert des Stromes ist. Die Dämpfung und der Umstand, dass hier kein momentaner Stromstoss erfolgt, sind bei der Berechnung der Beschleunigungen durch die Herleitung bereits berücksichtigt. Für unseren Fall ist $\varphi = o$, also

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \left(\frac{G}{K}\right) i_2$$

Ferner ist $T^2 = \frac{\pi^2 K}{D}$ und $C = \frac{D}{G}$, wenn C der Reduktionsfaktor des Galvanometers ist.

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{\pi^2}{C T^2} i_2$$

Ausserdem lässt sich i_2 berechnen aus der Formel (2') auf Seite 32.

$$i_2 = - \frac{\mathfrak{N} q}{w_2} \frac{d\mathfrak{B}}{dt} \text{ oder}$$

$$- \frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \frac{C T^2 w_2}{\pi^2 \mathfrak{N} q} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

In dieser Formel sind alle Grössen in absolutem Masse zu nehmen; es ist (vergl. S. 15)

$C_{abs} = 0{,}2325_5 \cdot 10^{-8} \cdot 2\,A$, wobei A der Abstand der Skala vom Spiegel des Magneten ist.

$$T = 12{,}04 \text{ sek.}$$
$$w_2 = 12{,}790 \cdot 10^9$$
$$\mathfrak{N} = 758$$
$$q = 0{,}4933 \text{ qcm}$$

Setzt man diese Werte ein, so ergibt sich für

$$\left(- \frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)_{abs} = 1{,}169 \cdot 2\,A \left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)_{abs.}$$

Nun ist $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ in Skt. sek.$^{-2}$ berechnet worden; da

$\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right)_{abs} = \frac{1}{2\,A} \frac{d^2 n}{dt^2}$ ist, so erhält man

$$\left(- \frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)_{abs} = 1{,}169 \frac{d^2 n}{dt^2},$$

wo mit n die Anzahl der Skt. bezeichnet ist.

In folgender Tabelle sind nun für verschiedene Zeiten die Werte der Aenderung der Induktion zusammengestellt und in Figur 7a graphisch dargestellt, wobei die Zeiten als Abscissen und die Werte von $- \frac{d\mathfrak{B}}{dt}$ als Ordinaten aufgetragen sind. Der Inhalt der Fläche von ∞ rückwärts

bis zur betreffenden Zeit gibt den Wert von $\mathfrak{B}$ für diese Zeit. Die unterste Kurve in Fig. 7a zeigt den Verlauf von $\mathfrak{B}$; in der Zeichnung ist 1 „Maxwell“ = 1 cm aufgetragen.

Tabelle 12b.

t	$\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ in $\frac{\text{Skt.}}{\text{sek.}^2}$	$-\frac{d\mathfrak{B}}{dt}$ (abs)	$\mathfrak{B}_{abs}$
0,0175	169,7	198,0	2,61
0,0260	62,3	72,7	1,52
0,0390	31,9	37,2	0,87
0,0520	20,5	23,9	0,48

Zur Zeit t — o ist der Wert der Induktion $\mathfrak{B}$ — 1933 und der der Remanenz $\mathfrak{R}$ — 768 Maxwell; es findet also eine Abnahme von $\mathfrak{B}$ um 1165 Maxwell statt. Nimmt man an, dass von t — o bis zur Zeit t — 0,0175 sek. der Abfall linear sei, so würde das für $-\frac{d\mathfrak{B}}{dt}$ einen Wert von ca. 66500 ergeben; man erkennt also, dass die magnetische Induktion zuerst fast momentan bis auf einen über der Remananz sehr geringen Betrag herabsinkt, welcher dann in der (durch Figur 7a, unterste Kurve) gekennzeichneten Weise ausläuft.

IV. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit den experimentellen Beobachtungsergebnissen.

1. Induktionskoeffizienten.

In Tabellenform sind die Resultate beider Bestimmungen[1]) zusammengefasst und zwar zunächst die Selbstinduktionskoeffizienten der Primärwindungen.

Tabelle 13.

Ring	Feldstärke	$L_1 \cdot 10^{-2}$ beobachtet	$L_1 \cdot 10^{-2}$ berechnet
Fe	0,328	0,1453	0,1409
„	2,586	0,1854	0,1867
„	10,370	0,1101	0,1110
Co	1,869	0,3950	0,3982
„	9,347	0,4641	0,4665
„	37,199	0,3521	0,3505
Ni	1,174	0,1226	0,1247
„	3,997	0,1172	0,1198
„	6,866	0,1082	0,1085

Tabelle 14.

Ring	Feldstärke	$M \cdot 10^{-2}$ beobachtet	$M \cdot 10^{-2}$ berechnet
Fe	0,328	0,2574	0,2572
„	2,586	0,3325	0,3324
„	10,370	0,1932	0,1932
Co	1,869	0,7250	0,7215
„	9,347	0,8478	0,8478
„	37,199	0,6372	0,6348
Ni	1,174	0,1972	0,1963
„	3,997	0,1854	0,1881
„	6,866	0,1702	0,1702

[1]) Bezüglich der beobachteten Werte vergl. pag. 17, Tab. 3.
„ „ berechneten „ „ „ 33/34.

Tabelle 15.

Ring	Feldstärke	$L_2 \cdot 10^{-2}$ beobachtet	$L_2 \cdot 10^{-2}$ berechnet
Fe	0,328	0,4674	0,4675
„	2,586	0,5991	0,6041
„	10,370	0,3510	0,3501
Co	1,869	1,3201	1,3481
„	9,347	1,5429	1,5599
„	37,199	1,1074	1,1680
Ni	1,174	0,3194	0,3188
„	3,997	0,2992	0,3056
„	6,866	0,2759	0,2763

In der Tabelle 14 sind die Werte der Koeffizienten der gegenseitigen Induktion, während in Tabelle 15 die der Selbstinduktion im sekundären Kreise zusammengefasst sind. Eine gute Uebereinstimmung, wie aus den Tabellen ersichtlich, besteht zwischen den theoretisch und experimentell ermittelten Werten.

2. Die induzierten Ströme.

Um die elektromotorischen Kräfte, welche durch die theoretische Betrachtung, welche ja ohne Rücksicht auf Viskosität angestellt ist, gewonnen waren, mit den Nachwirkungserscheinungen in Beziehung setzen zu können, mussten diese berechneten Werte von E auf Galvanometerausschläge umgerechnet werden. Dies geschah mit Hilfe des im Kreise befindlichen Magnetinduktors M_1.

Ist nämlich die elektromotorische Kraft von M_1 gleich e_1 [1]), so gilt nach dem Ohmschen Gesetz

$$\frac{e_1}{w_2} = i_{M_1} = c\,\beta$$

[1]) Ueber e_1 vergl. pag. 7.

wobei i_{M_1} der Integralstrom des Magnetinuktors M_1 ist. Andererseits ist

$$\frac{E_2}{w_2} = i \cdot c \cdot \delta^{1})$$

und aus beiden Gleichungen folgt für den umgerechneten Galvanometerausschlag in Skt.

$$\delta = \frac{E_2 \cdot \beta}{e_1}$$

A) Stromschluss.

In den nun folgenden Tabellen sind die bei den verschiedenen Feldstärken beobachteten und berechneten Ausschläge zur besseren Uebersicht zusammengestellt und entsprechende Kurven entworfen, in welchen das Zeitintervall als Abszisse und die Ausschläge als Ordinaten aufgetragen sind (Figuren 3 bis 8 und 10 bis 12).

Ring Fe; $\mathfrak{H} = 0{,}328$.

Tabelle 16.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	112,5	108,8
0,0025	17,4	—
0,0045	3,4	—
0,0090	0,1	—
0,0180	0,0	27,2
0,0270	—	15,1
		usw. wie in Tabelle 5.

[1]) Ueber die Berechnung von E_2 siehe die Formeln auf pag. 38 und 40.

Ring Fe; $\mathfrak{H}$ = 2,586. Tabelle 17.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	1137,0	1068,8
0,0090	88,9	—
0,0180	5,6	300,8
0,0270	0,4	219,0
0,0360	0,03	158,7
0,0450	—	108,7
		usw. wie in Tabelle 5.

Ring Fe; $\mathfrak{H}$ = 10,370. Tabelle 18.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	2668,0	2598,7
0,0090	77,8	—
0,0180	2,3	203,2
0,0270	0,07	121,2
		usw. wie in Tabelle 5.

Ring Co; $\mathfrak{H}$ = 1,869. Tabelle 19.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	451,0	449,3
0,0090	74,7	—
0,0180	13,6	19,5
0,0270	2,1	6,6
0,0360	0,4	4,3
0,0450	0,0	2,4
		usw. wie in Tabelle 7.

Ring Co; $\mathfrak{H} = 9{,}346$. Tabelle 20.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	2869,0	2663,0
0,0090	444,9	—
0,0180	74,4	87,9
0,0270	12,4	44,0
0,0360	2,1	20,0
0,0450	0,3	11,7
0,0540	—	8,7
		usw. wie in Tabelle 7.

Ring Co; $\mathfrak{H} = 37{,}199$. Tabelle 21.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	8244,0	8453,0
0,0090	509,0	—
0,0180	51,7	196,5
0,0270	5,3	103,1
0,0360	0,6	11,9
0,0450	0,05	4,7
0,0540	—	4,0
		usw. wie in Tabelle 7.

Ring Ni; $\mathfrak{H} = 1{,}174$. Tabelle 22.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	226,1	226,4
0,0090	2,6	—
0,0180	0,03	2,4
0,0270	—	1,5
		usw. wie in Tabelle 11.

Ring Ni; $\mathfrak{H} = 3{,}997$. Tabelle 23.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	657,9	733,2
0,0090	0,4	—
0,0180	0,02	4,1
0,0270	—	3,7
		usw. wie in Tabelle 11.

Ring Ni; $\mathfrak{H} = 6{,}866$. Tabelle 24.

Zeit in sek.	Ausschläge berechnet	beobachtet
0,0000	959,9	1151
0,0090	1,8	—
0,0180	0,0	4,6
0,0270	—	3,3
		usw. wie in Tabelle 11.

Aus den Tabellen 16 bis 24 ist ersichtlich, dass die beobachteten Werte grösser sind als die berechneten; ausgenommen einige Werte für t = o. Demgemäss können die beobachteten Ausschläge nur teilweise auf Induktion zurückgeführt werden und bei grösseren Zeitintervallen rühren die Ausschläge allein von der Viskosität her. Besonders stark tritt die Erscheinung bei den Feldstärken auf, welche die maximale Permeabilität liefern.

B) Stromunterbrechung.

In ähnlicher Weise sind nun die durch die errechneten elektromotorischen Kräfte bewirkten Galvanometerausschläge für Stromöffnen berechnet; für alle von Null verschiedenen Zeitintervalle sind sie bei allen drei Ringen bereits unter jeden Wert herabgesunken. Wir haben hier die reine Nach-

wirkung. Die für t = o erhaltenen Werte, sowohl die theoretisch ermittelten, wie auch die beobachteten, sind nun in folgender Tabelle zusammengefasst:

Tabelle 25.

Ring	Feldstärke	Ausschläge [1])	
		berechnet	beobachtet
Fe	0,328	112,9	105,4
„	2,586	1136,0	1071,0
„	10,370	2771,0	2612,0
Co	1,871	477,9	451,7
„	9,394	2971,0	2856,0
„	19,810	5395,0	5570,0
Ni	1,174	227,3	226,8
„	3,997	741,6	745,4
„	6,866	1153,0	1079,0

Aus den Tabellen für Stromschluss, sowie für Oeffnen geht hervor, dass es gänzlich verfehlt wäre, wenn man die Nachwirkungselongationen auf Induktion in den Stromkreisen zurückführen wollte. Dass bei der Zeit t = o die berechneten Ausschläge grösser sind als die beobachteten, dafür gibt Roeder folgende Erklärung an: „Bei schon vorgeschrittener Magnetisierung wird ein grösserer Widerstand gegen noch weitere Magnetisierung auftreten und so der Ueberschuss der magnetisierenden Kraft über die ein weiteres Ansteigen hemmende Rückwirkung zu Anfang grösser sein, als in späteren Zeiten. Es wird sich also der Vorgang in der Praxis doch schneller abspielen, als er es der Theorie nach tun würde."

[1]) Bezüglich der beobachteten Werte vergl. pag. 23 Tab. 6, pag. 25 Tab. 8 und pag. 30 Tab. 12; hinsichtlich der berechneten Ausschläge siehe pag. 49.

VI. Endresultat.

Magnetische Viskosität wurde bei allen drei Ringen experimentell gemessen und mit den aus den Induktionsverhältnissen der Stromkreise berechneten Elongationswerten verglichen; es zeigte sich dabei, dass die beobachteten Nachwirkungsausschläge nur teilweise, und zwar allein bei den kürzesten Zeiten auf Induktion zurückgeführt werden können.

Beim Elektrolyteisenring zeigen sich die Nachwirkungserscheinungen in beträchtlichem Masse, sowohl für Stromschluss, als auch für Unterbrechen.

Auch beim Kobaltring wurden Viskositätsbestimmungen in immerhin erheblicher Grösse festgestellt, im Gegensatz zu Asmus, welchem dies nicht gelungen war.

Die magnetische Verzögerung beim Nickel charakterisierte sich durch ungemein starken Abfall und sich daran anschliessendes sehr langsames Abklingen. Die Intensität des Restbetrages war äusserst gering.

Bei allen drei Ringen bestätigte sich wieder, dass bei maximalen Werten der Permeabilität die Nachwirkung am stärksten ausgeprägt ist.

Theorie und Experiment zeigen bei den Ermittlungen der Induktionskoefizienten treffliche Uebereinstimmung.

Es ist mir zum Schlusse eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geh. Regierungsrat Prof. Dr. E. Dorn, auch an dieser Stelle für die freundliche Anregung zu dieser Arbeit und für die mir bei ihrer Ausführung zu teil gewordene Unterstützung meinen ergebensten Dank auszusprechen.

Inhalt.

Seite

I. Einleitung 5
II. Apparate, Versuchsanordnung und das Material . 6
III. Experimentelle Beobachtungen 12
1. Induktionskoeffizienten 12
A) Koeffizient der Selbstinduktion 12
B) Der gegenseitige Induktionskoeffizient . 16
2. Nachwirkungsversuche 19
A) Der Elektrolyteisenring 19
B) Der Kobaltring 24
C) Der Nickeldrahtring 26
IV. Theoretische Betrachtungen 32
1. Induktionskoeffizienten 32
2. Die induzierten Ströme 34
A) Stromschluss 34
B) Stromunterbrechung 38
3. Untersuchung des Verlaufes von $\mathfrak{B}$ selbst für den Fall der Stromunterbrechung 40
V. Vergleich der theoretischen Berechnungen mit den experimentellen Beobachtungsergebnissen . . . 47
1. Induktionskoeffizienten 47
2. Die induzierten Ströme 48
A) Stromschluss 49
B) Stromunterbrechung 52
VI. Endresultat 54

Lebenslauf.

Geboren bin ich, Fritz Willi Luthe, evangelischer Konfession am 27. Oktober 1887 zu Neuenhofe, Kreis Neuhaldensleben, Provinz Sachsen, als Sohn des Landwirts Friedrich Luthe und seiner Ehefrau Anna geb. Ehrecke. Ich bin preussischer Staatsangehöriger. Meinen ersten Schulunterricht genoss ich in der Schule meines Heimatsortes; darauf besuchte ich das Gymnasium in Neuhaldensleben, welches ich Ostern 1908 mit dem Zeugnis der Reife verliess. Ich studierte Mathematik und Naturwissenschaften auf den Universitäten bezw. Hochschulen in Marburg, Berlin, München und Halle. Am 6. März bestand ich das Examen rigorosum.

Während meines Studiums waren meine Lehrer folgende Herren Professoren und Dozenten:

in Marburg: v. Dalwigk, Hensel, A. Meyer, Richarz, Schaum.

in Berlin: Frobenius, O. Hertwig, Landau, Poll, Rubens, Schulze, H. A. Schwarz.

in München: v. Baeyer, Doflein, Ebert, v. Heigel, R. Hertwig, Th. Paul.

in Halle: Boeke, Cantor, Dorn, Fries, Gutzmer, Haecker, Holdefleiss, Karsten, Krueger, Langheineken, Loofs, Martiny, Menzer, Schmidt, Tubandt, Wangerin.

Alle meine verehrten Lehrer mögen meines dauernden Dankes versichert sein.

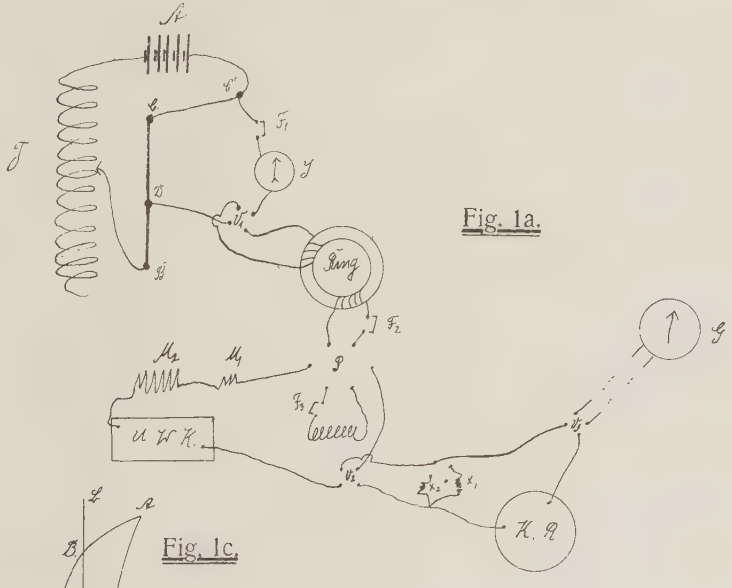


Fig. 1a.

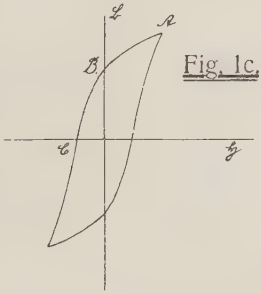
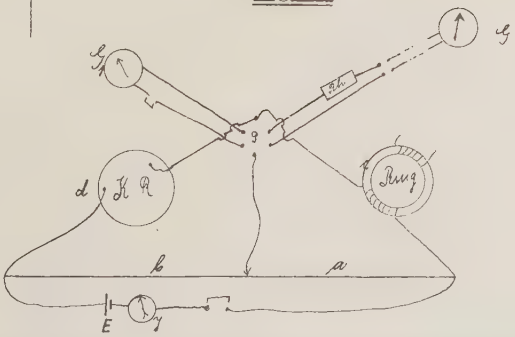
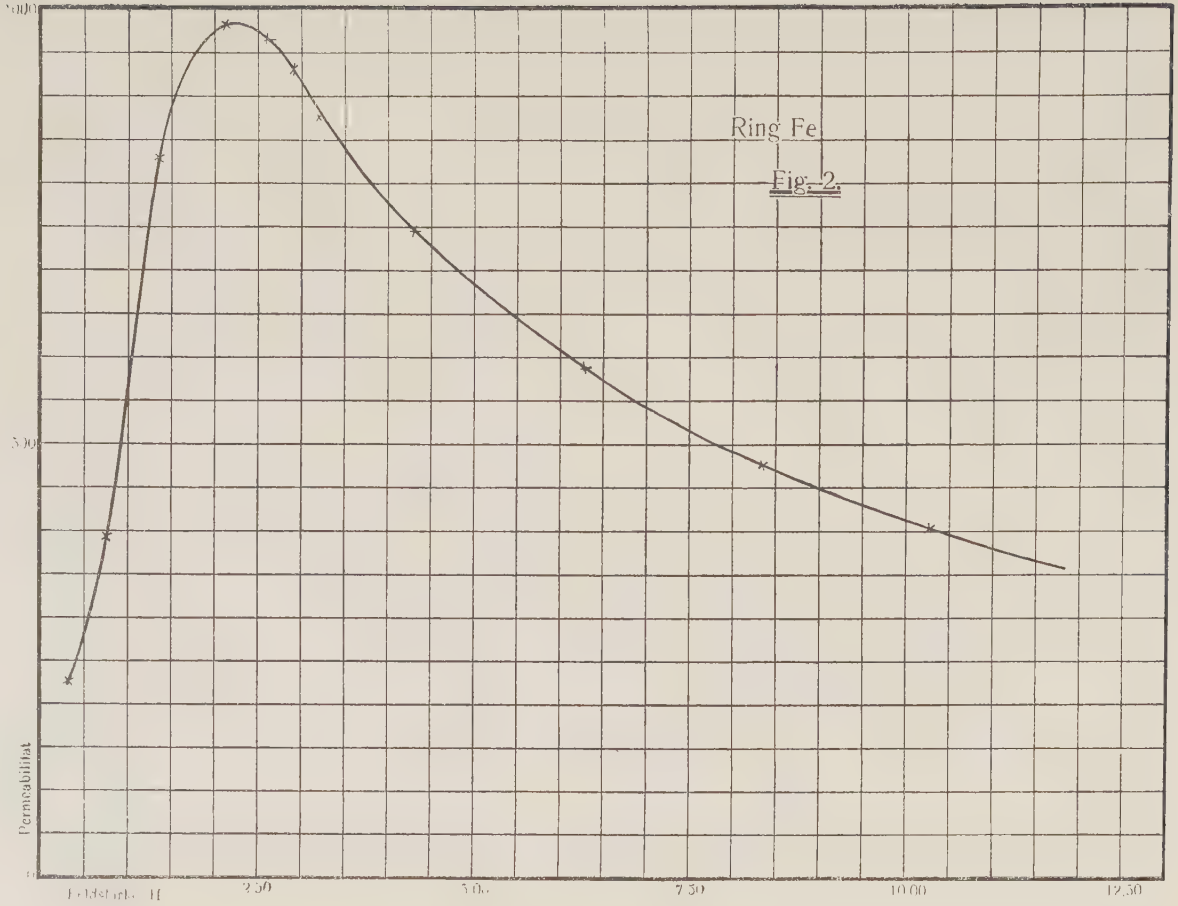
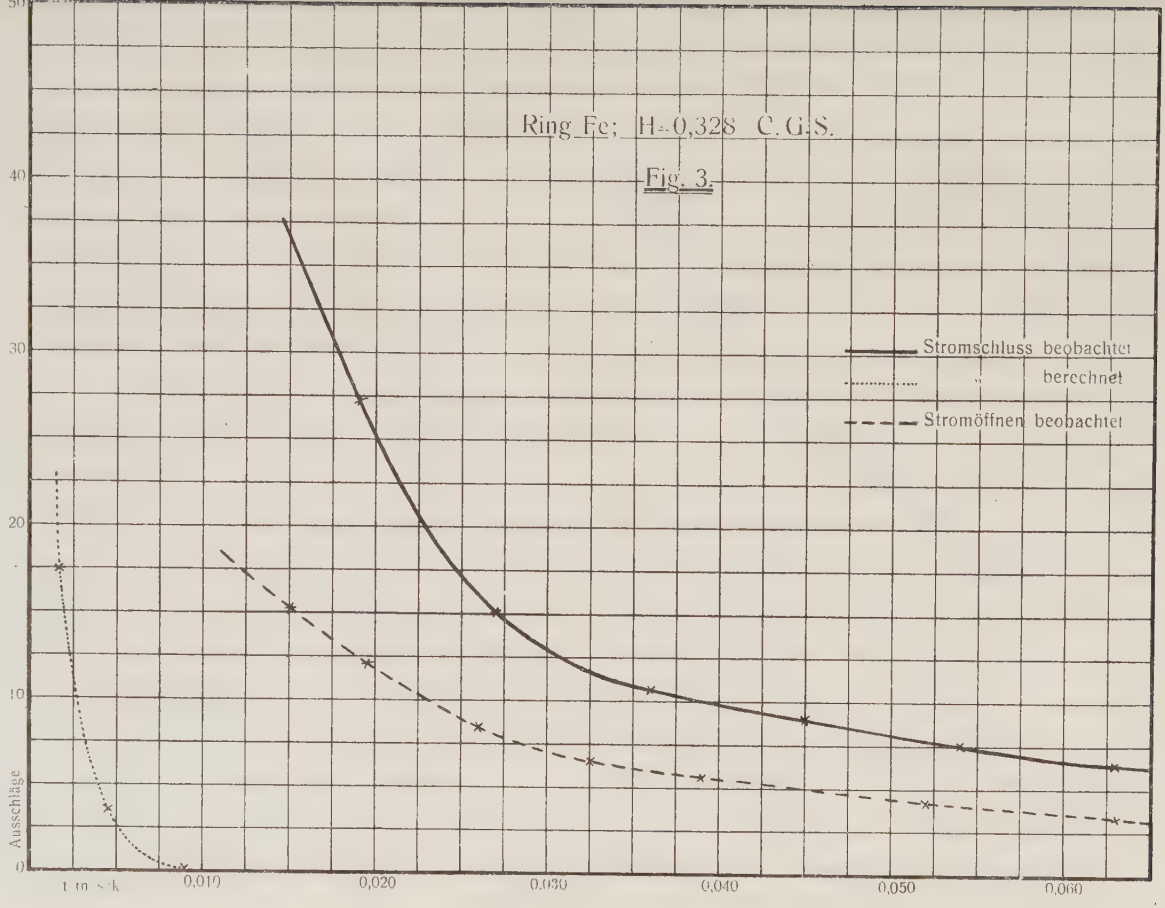


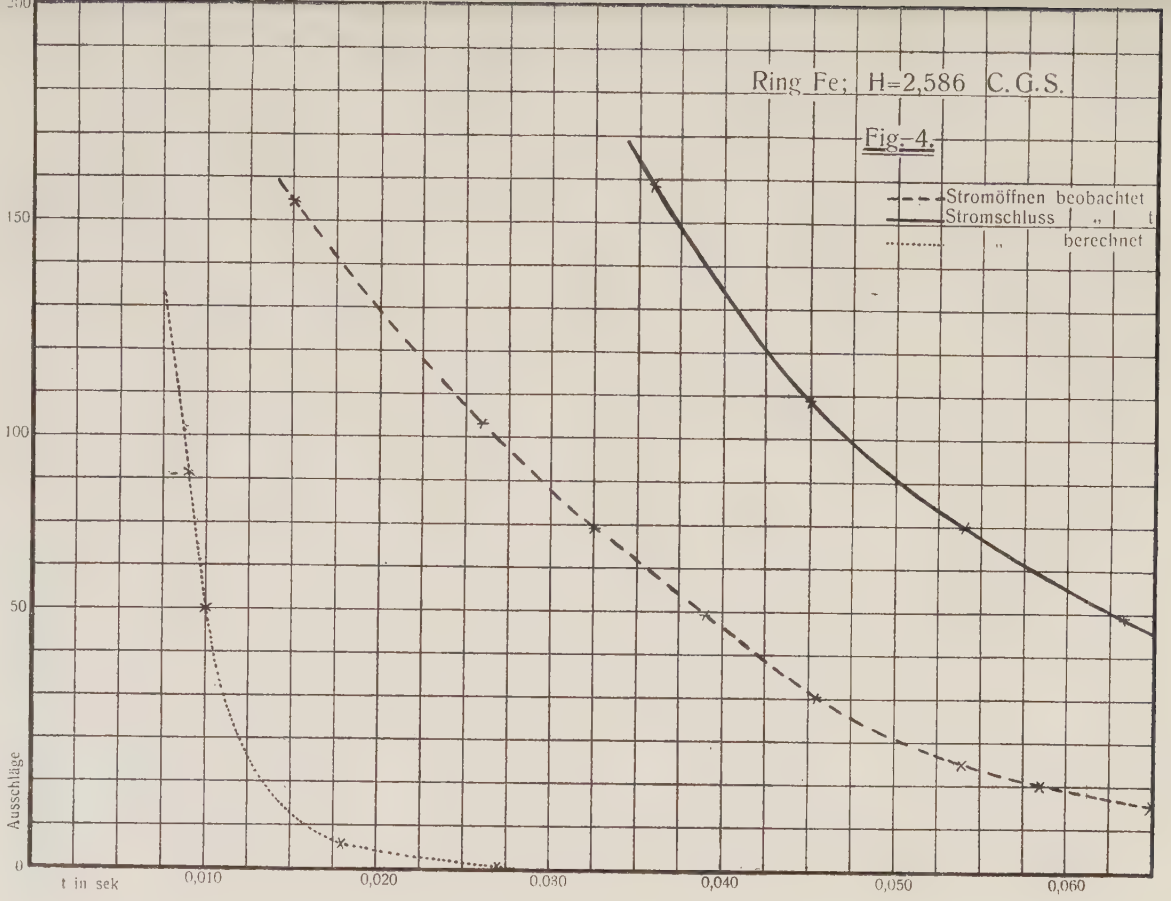
Fig. 1c.

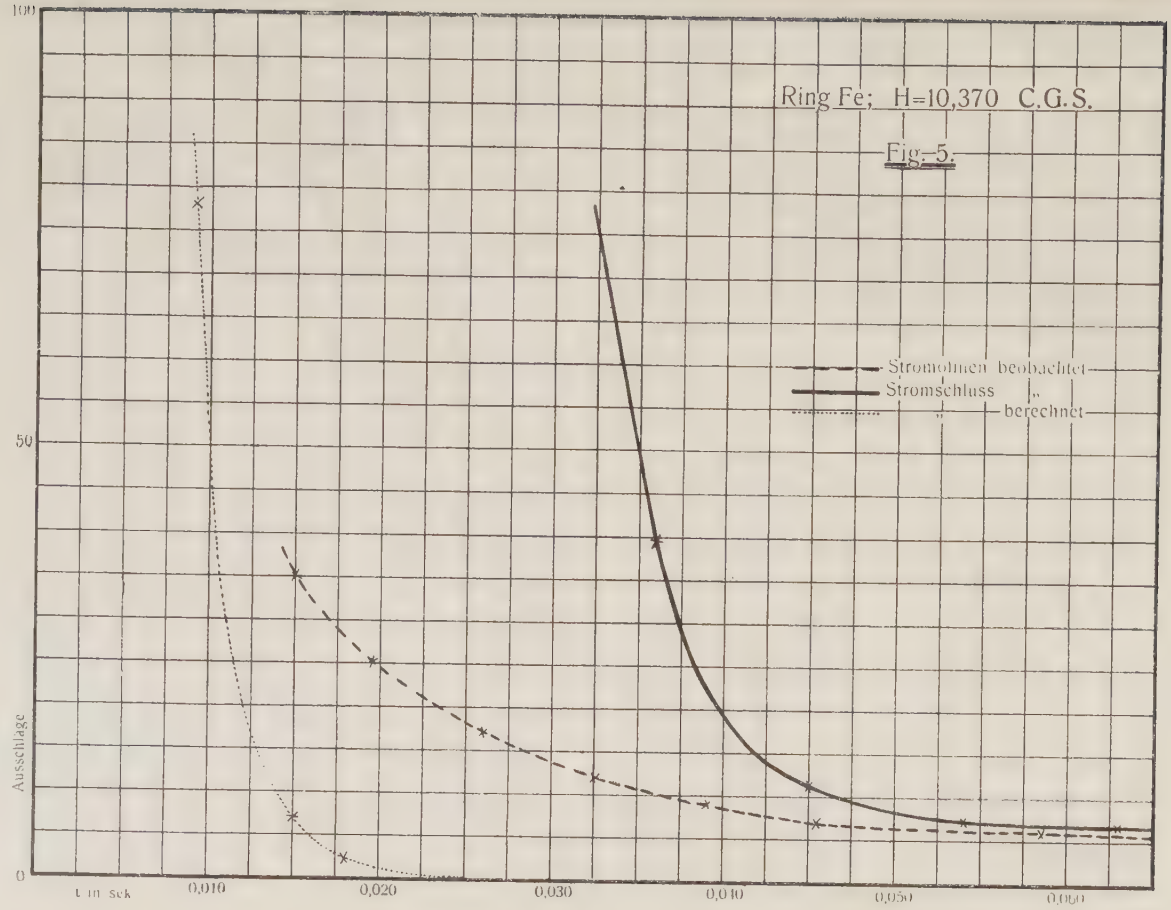
Fig. 1b.

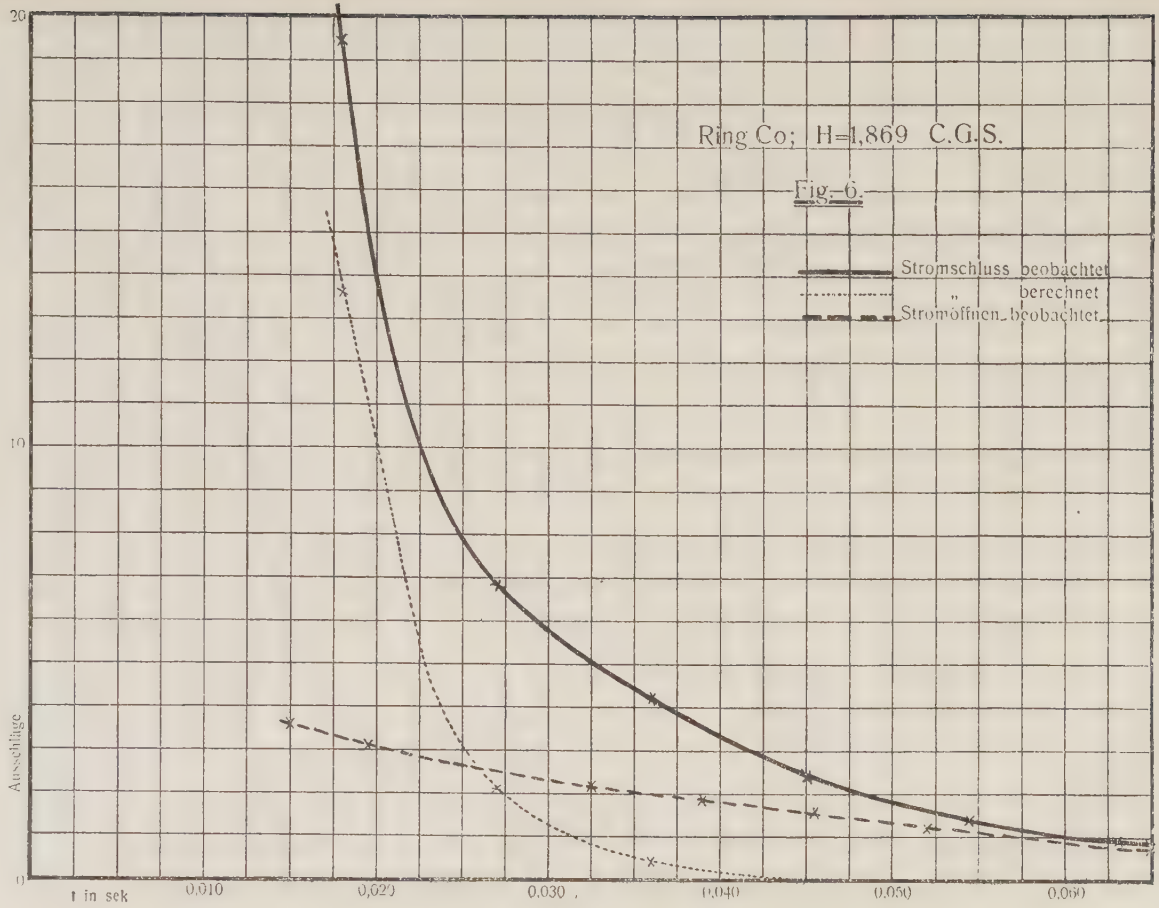


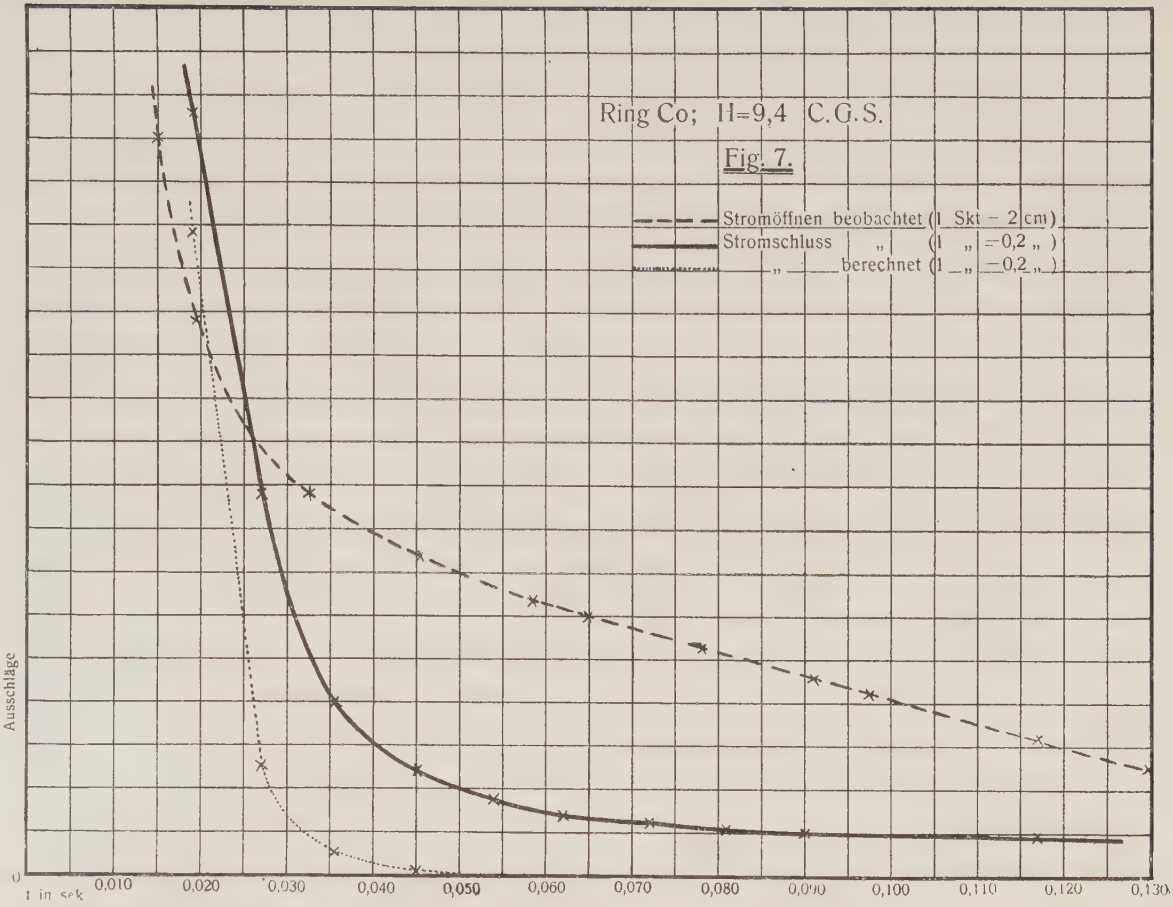

Ring Fe
Fig. 2.
Permeability
2.50
5.00
7.50
10.00
12.50


Ring Fe; H=0,328 C.G.S.
Fig. 3.
Stromschluss beobachtet
" berechnet
Stromöffnen beobachtet
Ausschläge
t in sek
0
10
20
30
40
50
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060


Ring Fe; H=2,586 C.G.S.
Fig. 4.
Stromöffnen beobachtet
Stromschluss „ t
„ berechnet
Ausschläge
150
100
50
0
t in sek
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060


Ring Fe; H=10,370 C.G.S.
Fig.-5.
Stromnehmen beobachtet
Stromschluss „
„ berechnet
100
50
0
Ausschläge
t in Sek
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060


Ring Co; H=1,869 C.G.S.
Fig.-6.
Stromschluss beobachtet
„ berechnet
Stromöffnen beobachtet
20
10
0
Ausschläge
t in sek
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060


Ring Co; H=9,4 C.G.S.
Fig. 7.
Stromöffnen beobachtet (1 Skt = 2 cm)
Stromschluss „ (1 „ = 0,2 „)
„ berechnet (1 „ = 0,2 „)
Ausschläge
0
t in sek
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060
0,070
0,080
0,090
0,100
0,110
0,120
0,130

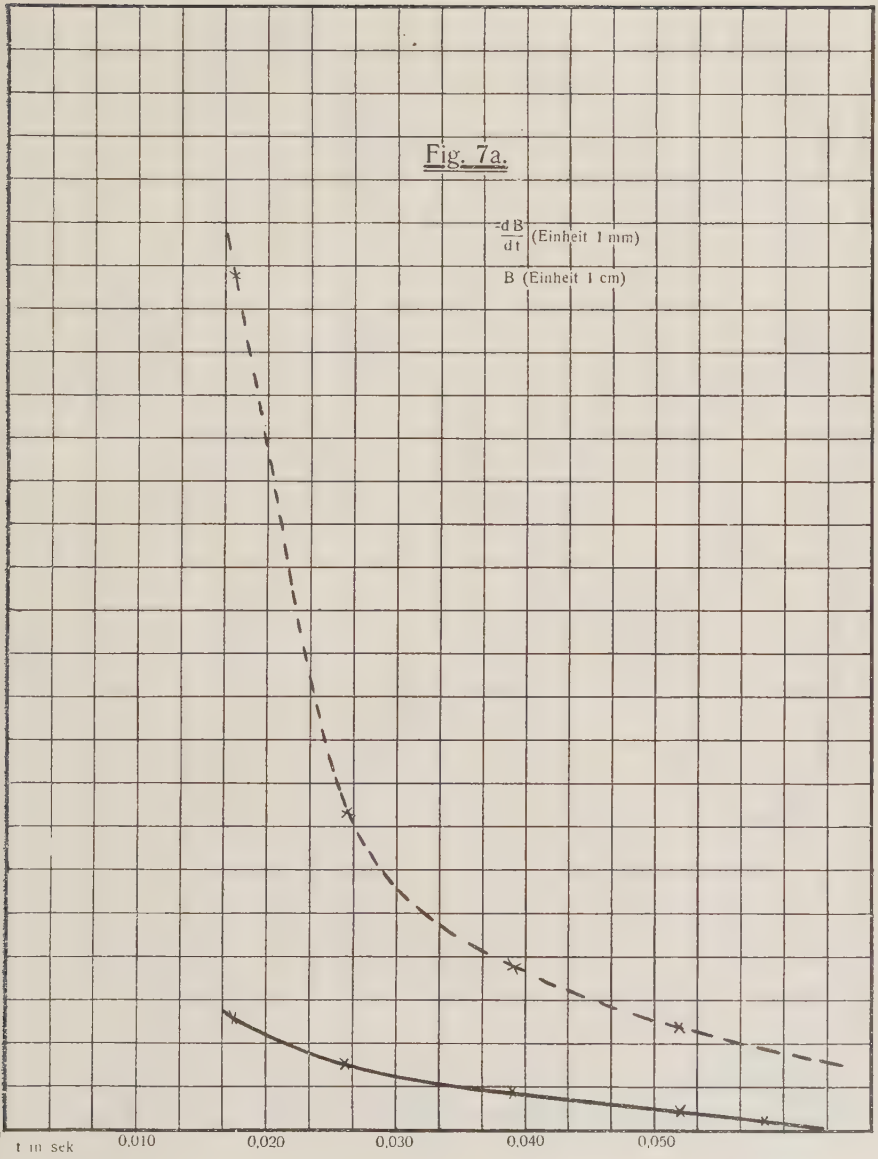
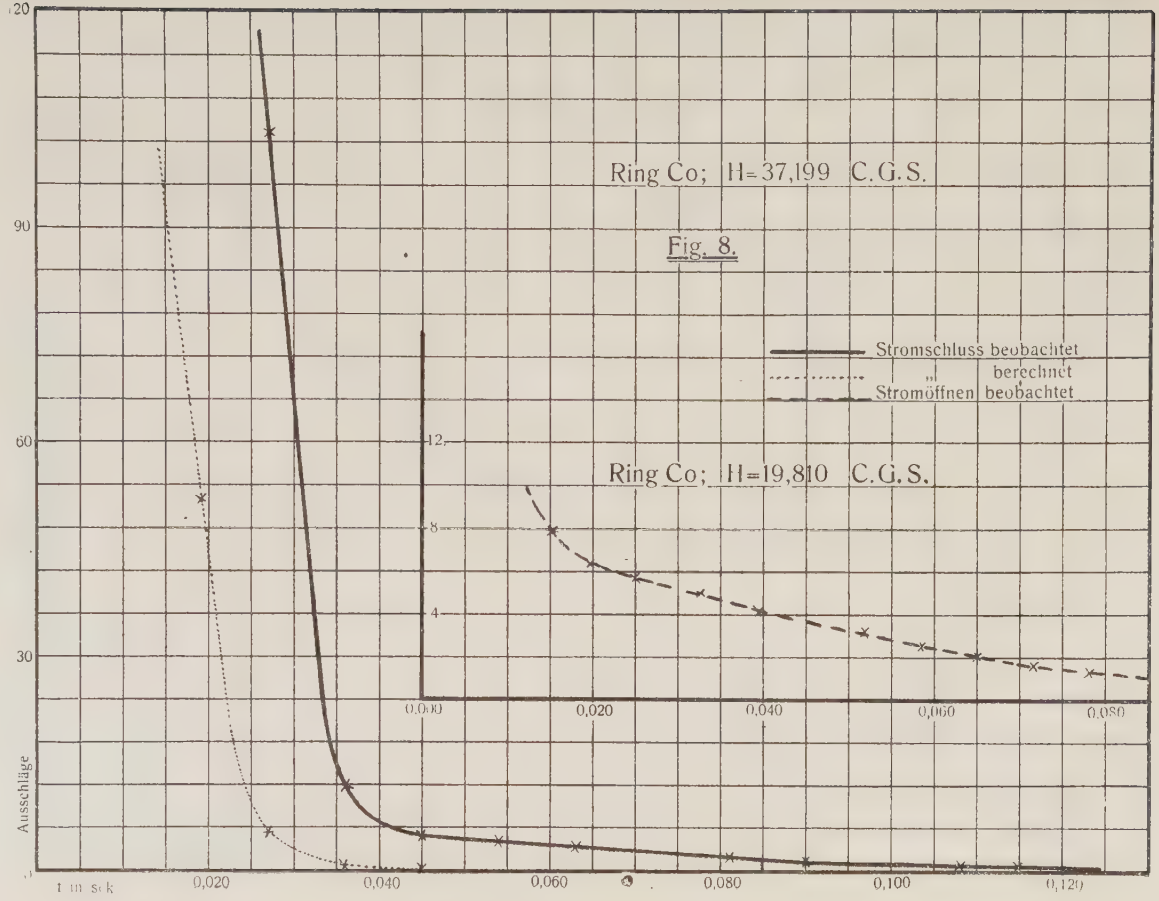
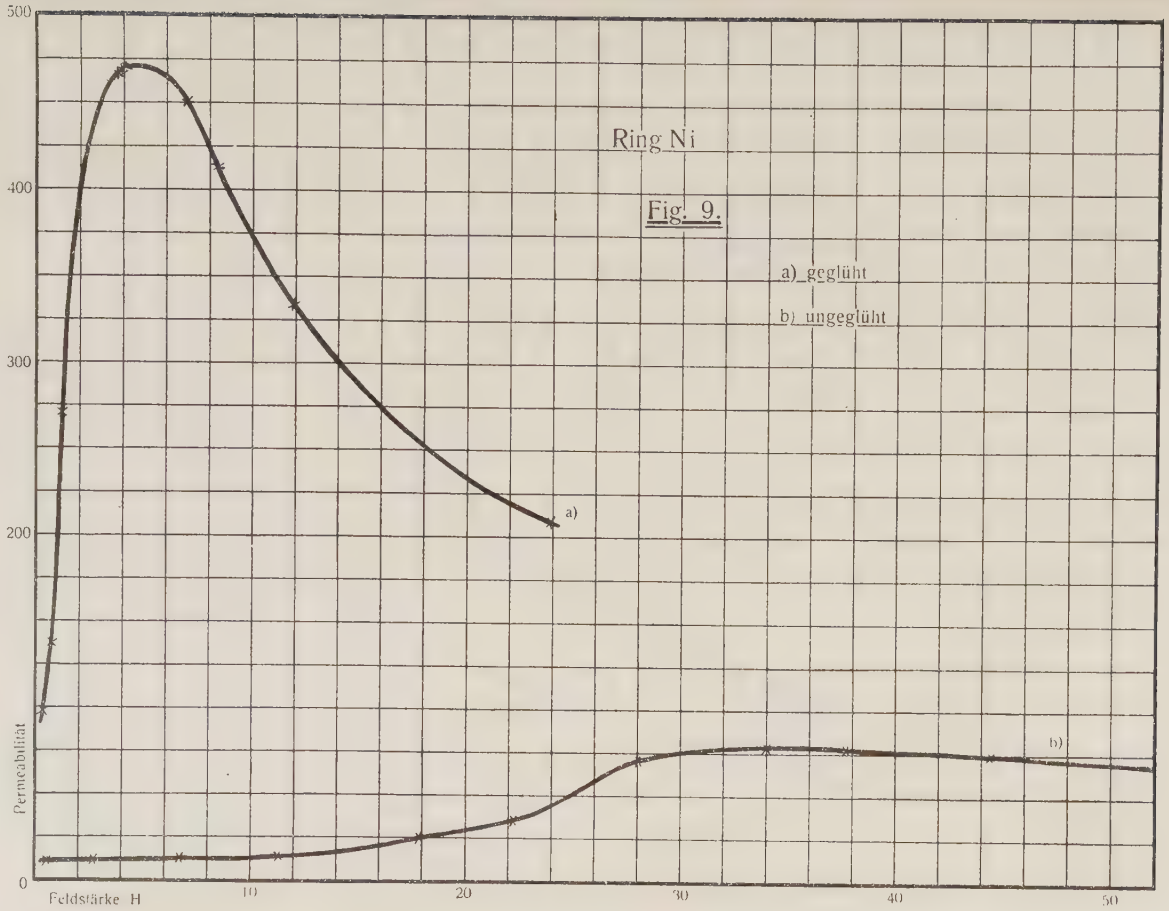
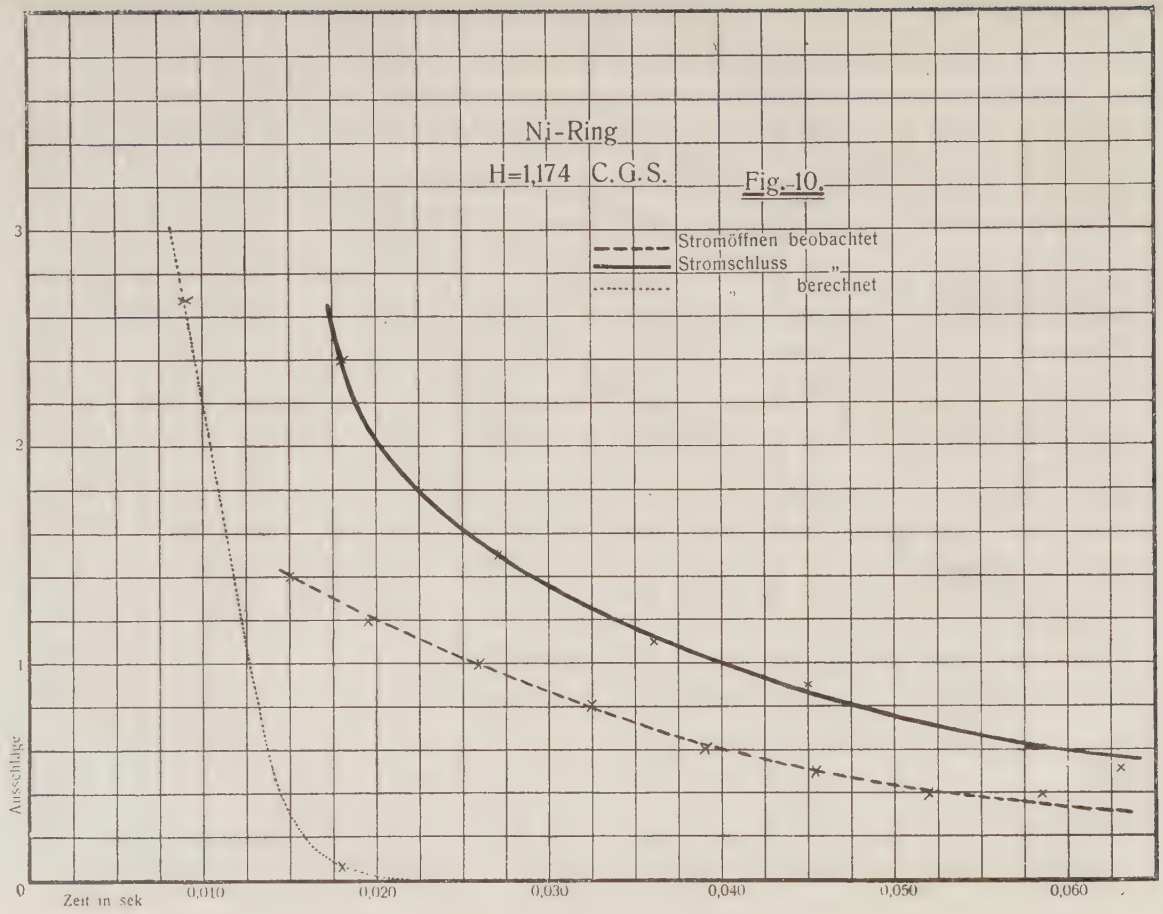
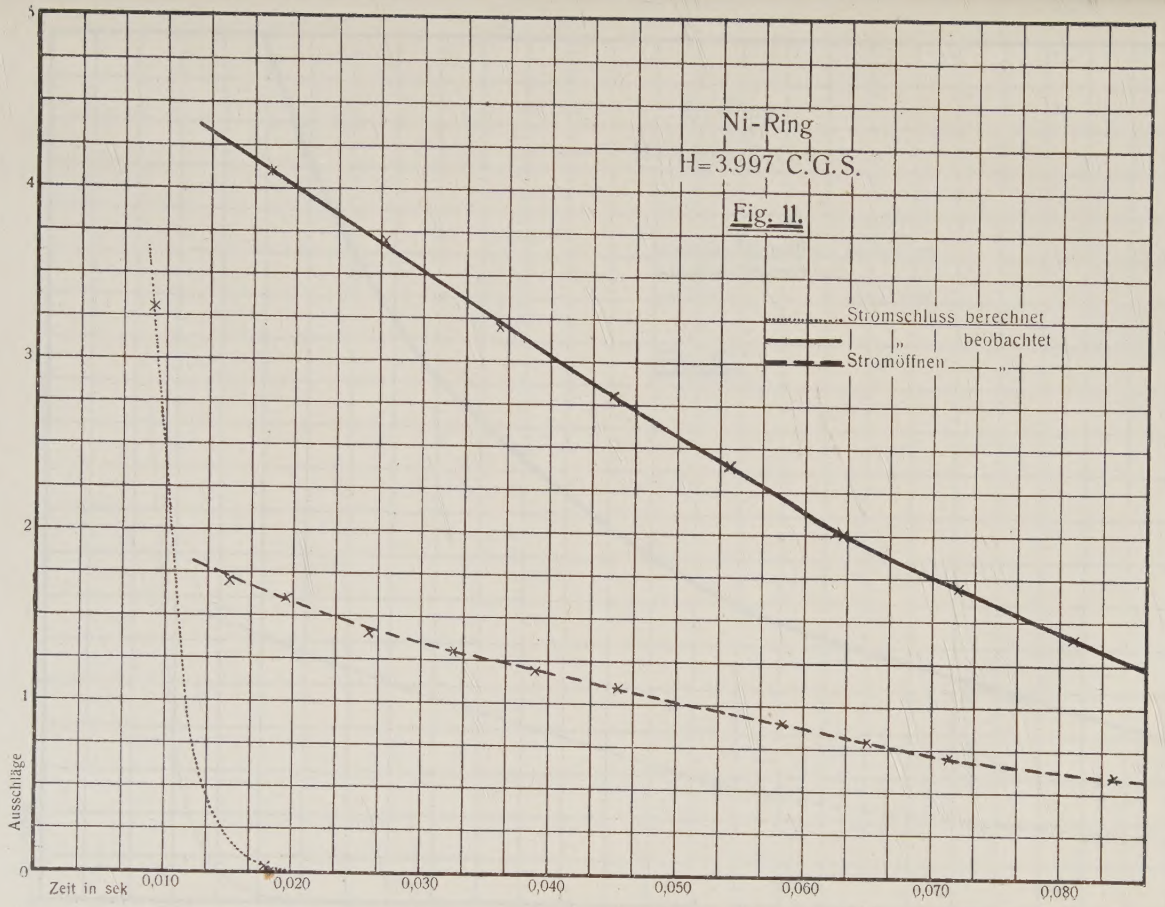


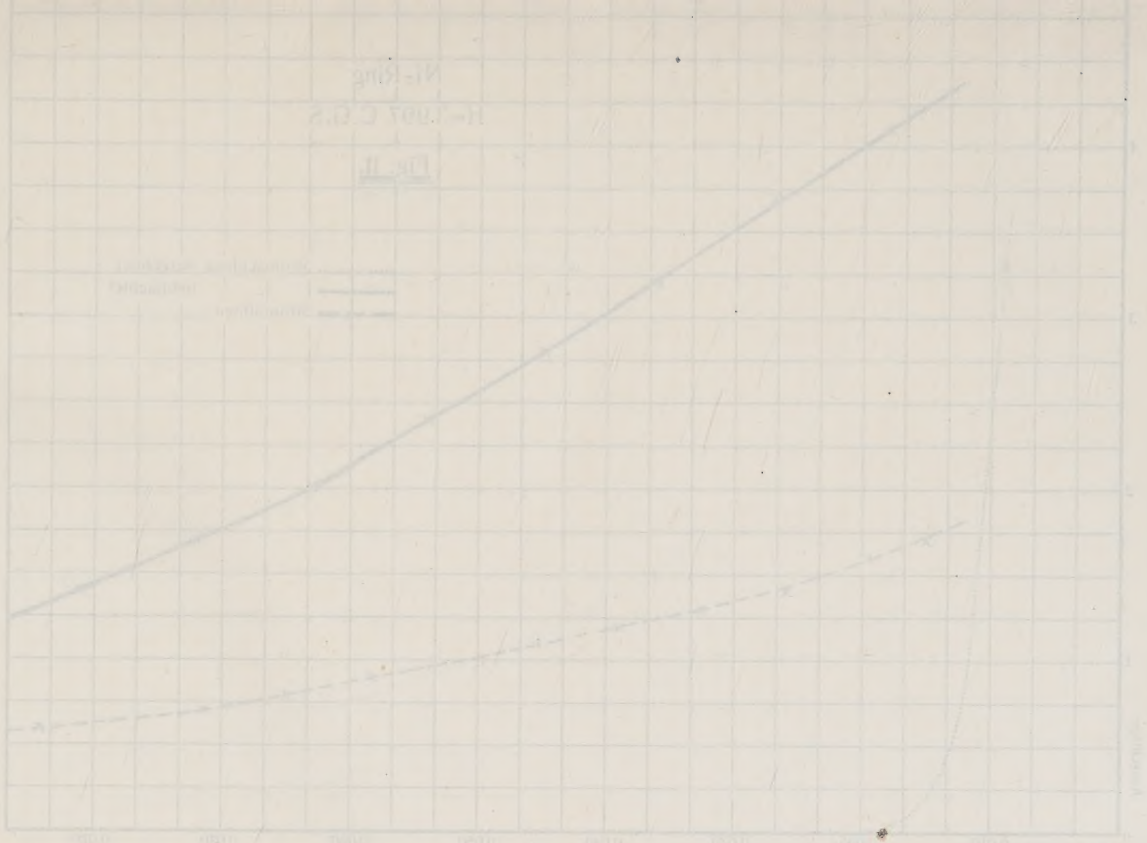
Fig. 7a.
$\frac{-dB}{dt}$ (Einheit 1 mm)
B (Einheit 1 cm)
0
t in sek
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050

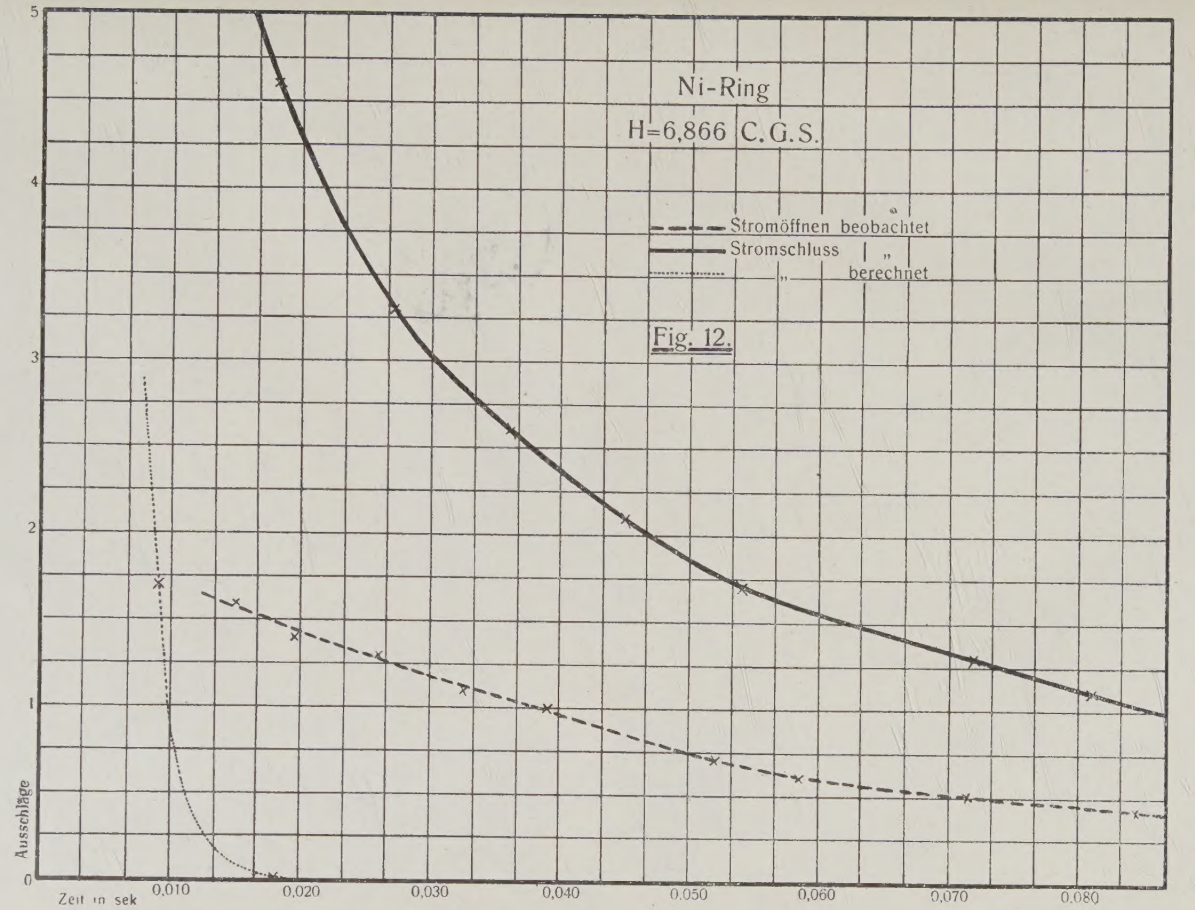
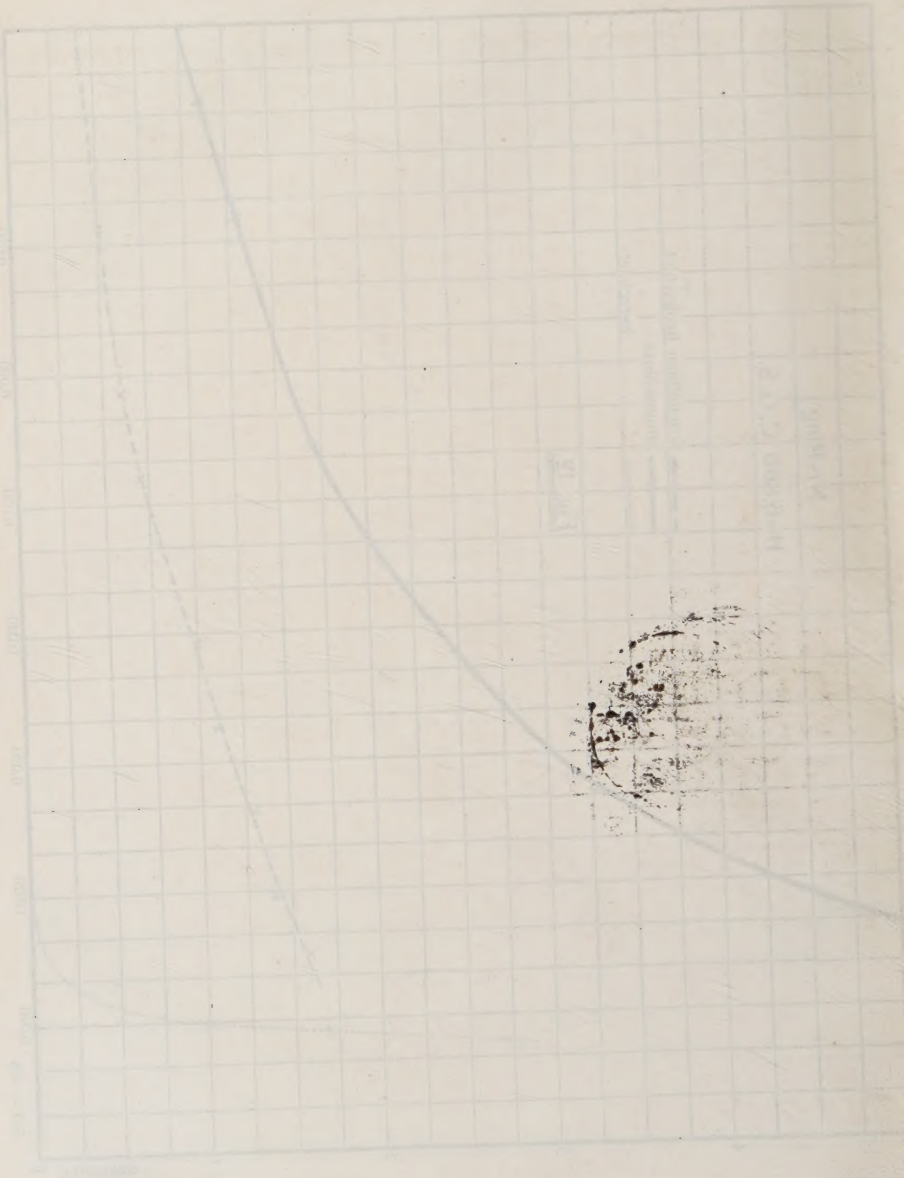

Ring Co; H=37,199 C.G.S.
Fig. 8.
Stromschluss beobachtet
„ berechnet
Stromöffnen beobachtet
Ring Co; H=19,810 C.G.S.
Ausschläge
t in sek
0,020
0,040
0,060
0,080
0,100
0,120
90
60
30
12
8
4
0,020
0,040
0,060
0,080


Ring Ni
Fig. 9.
a) geglüht
b) ungeglüht
Permeabilität
Feldstärke H
500
400
300
200
0
10
20
30
40
50
a)
b)


Ni-Ring
H=1,174 C.G.S.
Fig. 10.
Stromöffnen beobachtet
Stromschluss „
„ berechnet
Ausschläge
Zeit in sek
0
1
2
3
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060


Ni-Ring
H=3.997 C.G.S.
Fig. 11.
Stromschluss berechnet
„ beobachtet
Stromöffnen „
Ausschläge
Zeit in sek
0
1
2
3
4
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060
0,070
0,080




Ni-Ring
H=6,866 C.G.S.
Stromöffnen beobachtet
Stromschluss „
„ berechnet
Fig. 12.
Ausschläge
Zeit in sek
0
1
2
3
4
5
0,010
0,020
0,030
0,040
0,050
0,060
0,070
0,080